портит образец и, кроме того, позволяет, при использовании других эффектов, например, размерных [7], измерить длину свободного пробега электронов в исследуемом образце. Таким образом, этот метод дает возможность изучить соотношение амплитуды осцилляций скорости звука и длины свободного пробега электронов в металле.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Д. Гантмахер, В. Т. Долгополов. Возбуждение стоячих звуковых волн в Bi электромагнитным методом. Письма в ЖЭТФ, 1967, **5**, 17—18.
2. P. K. Larsen, K. Saermark. Helicon excidation of acuostic waves in aluminium Phys. Lett., 1967, **24A**, 374—375.
3. P. L. Thomas, G. Turner, H. V. Bohm. Circularly polarized ultrasonic shear waves in metalls. Phys. Rev. Lett., 1968, **20**, 207—208.
4. Ю. П. Гайдуков, А. П. Перов, И. Ф. Волошин. Особенности поведения поверхностного импеданца олова при установлении стоячей звуковой волны. Письма в ЖЭТФ, 1969, **9**, 585—590.
5. Э. А. Канер, В. Т. Скобов. Электромагнитные волны в металлах в магнитном поле. Усп. физ. наук, 1966, **89**, 367—408.
6. L. I. Neuringer, Y. Shapira. Quantum oscillations of the velosity of sound in Gallium. Phys. Rev., 1968, **165**, 751—754.
7. В. Ф. Гантмахер, Э. А. Канер. Размерный эффект при наличии дрейфового движения электронов в глубь металла. Ж. эксперим. и теор. физ., 1963, **45**, 1430—1444.

Московский государственный университет

Поступило в редакцию 26 июня 1970 г.

УДК 534.26

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРАНСФОРМАЦИИ ТИПОВ ВОЛН ПРИ НОРМАЛЬНОМ ПАДЕНИИ ЗВУКОВОГО ПУЧКА НА ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

В. М. Меркулова

При расчетах прохождения акустических сигналов через границы раздела двух сред обычно пользуются хорошо известными формулами коэффициентов отражения и прозрачности для упругой плоской волны. В реальных условиях, однако, всегда приходится иметь дело с ограниченными звуковыми пучками. Это приводит к ряду особенностей, в частности, возможности трансформации одного типа волн в другой (продольной в сдвиговую или наоборот) даже при нормальном падении пучка. Такую трансформацию следует учитывать в задачах ультразвуковой измерительной техники, в дефектоскопии — при оценке потерь на отражение от границ раздела, расшифровке «ложных» эхо-сигналов и т. д.

В расчетах мы ограничимся простейшим одномерным случаем, считая нормально падающий звуковой пучок бесконечно протяженным вдоль оси y, с шириной $2a$ по x. Интегральное разложение Фурье для пучка имеет вид [1]

$$u_{\text{пад}}(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \Phi(q_x)\, e^{jq_x x} dq_x, \tag{1}$$

амплитудный спектр определяется как

$$\Phi(q_x) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} u_{\text{пад}}(x)\, e^{-jq_x x} dx, \tag{2}$$

где $q_x = q \sin \Theta$, Θ — угол, образуемый волновым вектором q с осью z.

Если не учитывать дифракционного расхождения падающего пучка, то распределение амплитуды по его сечению может быть принято постоянным:

$$u_{\text{пад}}(x) = \begin{cases} U_0 & -a < x < a \\ 0 & |x| > a. \end{cases} \tag{3}$$

Тогда

$$\Phi(q_x) = U_0 \frac{\sin q_x a}{\pi q_x}. \tag{4}$$

Прошедший и отраженный сигналы выражаются следующим образом:

$$u_{\text{прош}}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} D(|q_x|)\,\Phi(q_x)\,e^{jq_x x}\,dq_x = \frac{2U_0}{\pi}\int_0^{\infty} D(|q_x|)\frac{\sin q_x a}{q_x}\cos q_x x\,dq_x, \tag{5}$$

$$u_{\text{отр}}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} R(|q_x|)\,\Phi(q_x)\,e^{jq_x x}\,dq_x = \frac{2U_0}{\pi}\int_0^{\infty} R(|q_x|)\frac{\sin q_x a}{q_x}\cos q_x x\,dq_x, \tag{6}$$

где $D(|q_x|)$, $R(|q_x|)$ — коэффициенты акустической прозрачности и отражения для плоской волны (границу раздела сред принимаем совпадающей с плоскостью $z = 0$).

Определим коэффициенты трансформации как отношение усредненных амплитуд упругих смещений по сечению (полуширине) прошедшего и отраженного пучков к смещению в падающем пучке — U_0. Для продольных (l) и сдвиговых (t) волн

$$K_{l,t}^{R} = \frac{\overline{|u_{t,l}|}_R}{\overline{|u_{l,t}|}_0}; \quad K_{l,t}^{D} = \frac{\overline{|u_{t,l}|}_D}{\overline{|u_{l,t}|}_0} \tag{7}$$

значащий индекс отвечает падающей волне.

Ввиду сложности выражений $D(|q_x|)$, $R(|q_x|)$ вычисление интегралов (5), (6) в общем виде оказывается невозможным. Поскольку функции $D_{l,t}(|q_x|)$ и $R_{l,t}(|q_x|)$ для преобразования одного типа волн в другой являются гладкими и асимптотически стремятся к нулю при малых углах, расчет коэффициентов трансформации можно произвести приближенно, ограничив пределы интегрирования конечными значениями q_x. Учитывая только основные лепестки амплитудного спектра $\Phi(q_x)$, верхний предел интегрирования следует положить равным $n\pi / a$ (n — целое число). При этом отбрасываются неоднородные волны, а максимальные углы падения $|\theta|_{\max}$ для длин волн $\lambda \ll 2a$ должны быть ограничены условием $|\theta|_{\max} = n\lambda / 2a \ll 1$.

Оценим величину погрешности в интегральном разложении при такой замене. Для падающего пучка мы имеем

$$u^n_{\text{пад}}(x) = \frac{2U_0}{\pi}\int_0^{n\pi/a} \frac{\sin q_x a}{q_x}\cos q_x x\,dq_x = \frac{U_0}{\pi}\left\{Si\left[n\pi\left(1+\frac{x}{a}\right)\right] + Si\left[n\pi\left(1-\frac{x}{a}\right)\right]\right\}, \tag{8}$$

где $Si\,t = \int_0^t \frac{\sin x}{x}\,dx$ — интегральный синус. Производя усреднение по сечению пучка, находим

$$\overline{u^n_{\text{пад}}} = \frac{1}{2a}\frac{2U_0}{\pi}\int_{-a}^{a} Si\left[n\pi\left(1+\frac{x}{a}\right)\right]dx = \frac{U_0}{\pi^2 n}\int_0^{2n\pi} Si\,t\,dt = U_0 A_n. \tag{9}$$

Последний интеграл вычисляется с помощью разложения в ряд и равен

$$A_n = \frac{1}{\pi^2 n}\int_0^{2n\pi} Si\,t\,dt = \frac{1}{\pi^2 n}\left[Z\,Si\,Z - 2\sin^2\frac{Z}{2}\right]_{Z=2n\pi} = \frac{2}{\pi}Si(2n\pi). \tag{10}$$

Так как $A_1 = 0{,}903$, $A_2 = 0{,}950$, $A_3 = 0{,}966$, $A_4 = 0{,}975$, то уже с $n \geqslant 2$ значение $u^n_{\text{пад}}$ отличается от U_0 не более 5%. Погрешность вычисления средней амплитуды смещения трансформированного пучка должна быть того же порядка.

Из общих выражений коэффициентов отражения и прохождения (по смещению) для границы двух твердых упруго-изотропных сред в случае малых углов получаются следующие простые формулы:

$$\left.\begin{aligned} |R_t| &= \frac{|u_{t_1}|}{|u_{l_1}|} = \frac{4z_{t_1}}{z_{l_1}+z_{l_2}}|\Theta_{l_1}| = r\,|\Theta_{l_1}|, \\ |R_l| &= \frac{u|_{l_1}|}{|u_{t_1}|} = \frac{4z_{t_1}}{z_{l_1}+z_{l_2}}|\Theta_{t_1}| = r\,|\Theta_{t_1}|. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
|D_l| &= \frac{|u_{l_2}|}{|u_{l_1}|} = \frac{\rho_1 4 z_{l_2}}{\rho_2 (z_{l_1} + z_{l_2})} |\Theta_{l_1}| = d_l |\Theta_{l_1}|, \\
|D_t| &= \frac{|u_{l_2}|}{|u_{t_1}|} = \frac{4 z_{t_1}}{z_{l_1} + z_{l_2}} |\Theta_{t_1}| = d_t |\Theta_{t_1}|.
\end{aligned}
\right\}
\tag{12}
$$

Здесь $z_{l_{1,2}} = \rho_{1,2} c_{l_{1,2}}$; $z_{t_{1,2}} = \rho_{1,2} c_{t_{1,2}}$; индекс 1 относится к среде, из которой падает волна; Θ_{l_1}, Θ_{t_1} — углы, образуемые волновыми векторами падающих волн с осью z. Если одна из сред является жидкостью, в формулах (11) и (12) достаточно положить соответствующее $z_t = 0$; при отражении от свободной границы следует принять $z_{l_2} = 0$ ($|D_l|$ и $|D_t|$ в последнем случае теряют смысл, поскольку звуковая энергия во вторую среду не передается).

С учетом сделанных приближений, а также используя выражения (5), (6), (7), (11), (12) и заменяя $|\Theta_{l,t}| = |q_x / q_{l,t}|$, искомые коэффициенты трансформации будут

$$
K_{l,t}{}^{R} = \frac{r B_n}{\pi^2 2a/\lambda_{l,t}}; \quad K_{l,t}{}^{D} = \frac{d_{l,t} B_n}{\pi^2 2a/\lambda_{l,t}};
\tag{13}
$$

$\lambda_{l,t}$ — длина звуковой волны в падающем пучке. Коэффициент B_n равен

$$
B_n = 2 \int\limits_0^{n\pi/a} \sin q_x a \int\limits_0^{a} \cos q_x x dx dq_x = C + \ln(2n\pi) - Ci(2n\pi),
$$

$C = 0{,}5772$ — постоянная Эйлера. Приняв далее $|\Theta_{l,t}|_{\max} = 0{,}2$ (при этом погрешность формул (11) и (12) будет порядка $\Theta_{l,t}{}^3$), величину n определим из условия $(a \cdot 2\pi / \lambda_{l,t}) |\Theta_{l,t}|_{\max} = n\pi$, тогда

$$
B_n = 0{,}806 + \ln(2a/\lambda_{l,t}) - Ci(1{,}25 \cdot 2a/\lambda_{l,t}).
\tag{14}
$$

Как показывают численные оценки по выведенным формулам, эффект трансформации должен заметно проявляться во многих экспериментах с ультразвуковыми пучками. Приняв, например, $2a/\lambda_{l,t} = 10$, для границы алюминий — воздух находим $K_{l,t}{}^{R} \approx -24$ *дб*, что составляет довольно значительную величину.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957.

Горный институт им. Г. В. Плеханова
Ленинград

Поступило в редакцию
9 июля 1970 г.

УДК 534.2

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННОЙ ДИСПЕРСИИ ЗВУКОВЫХ ВОЛН В КИСЛОРОДЕ, АЗОТЕ И АТМОСФЕРНОМ ВОЗДУХЕ ДО 50×10^4 *Мгц/атм*

М. Б. Митин, В. Ф. Яковлев

Экспериментальные исследования акустических свойств двухатомных газов в области высоких значений ν / p (ν — частота звуковой волны, p — давление газа) представлены работами [1, 2]. Майером и Сесслером [1] были проведены измерения фазовой скорости и коэффициента поглощения звуковых волн в атмосферном воздухе до 5×10^4 *Мгц/атм* при 20°. Эти данные охватывают всю область комбинированной дисперсии звуковых волн в воздухе. Гринспэном [2] были получены экспериментальные значения акустических параметров азота, кислорода и атмосферного воздуха до 8×10^3 *Мгц/атм* по измерениям скорости и до 4×10^3 *Мгц/атм* по измерениям коэффициента поглощения. В работе [2] не были исследованы предельные значения скорости и коэффициента поглощения в области $\mathrm{Kn} \geqslant 1$ (Kn — число Кнудсена). Температурная зависимость акустических параметров в работах [1, 2] не изучалась.

С целью расширения экспериментальных исследований комбинированной дисперсии в двухатомных газах нами методом акустического интерферометра со стабилизированной параллельностью кварцев [3] были проведены измерения фазовой скорости и коэффициента поглощения звуковых волн в кислороде, азоте и атмосферном воздухе при 30° и 100°. Измерения проводились на частоте 513 *кгц*. Определение температуры в измерительной камере интерферометра осуществлялось хромель-копелевой термопарой с помощью потенциометра Р-306 и гальванометра М-96. Объекты исследования — азот и кислород — содержали 99,92% основного газа; воз-