АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XVI 1970 Вып. 4

УДК 534.29

К РАСЧЕТУ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ В АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В. И. Тимошенко

В квазистационарном приближении получено выражение для скорости взаимного гидродинамического дрейфа аэрозольных частиц при стоксовском режиме обтекания. Проводится анализ зависимости скоростей взаимного перемещения частиц от параметров акустического поля и параметров аэрозоля. Дана оценка времени сближения частиц вследствие взаимного гидродинамического дрейфа.

При облучении аэродисперсной системы мощными акустическими колебаниями наблюдается явление быстрого укрупнения частиц, получившее название акустической коагуляции. Одной из главных причин акустической коагуляции аэрозолей признано действие гидродинамических сил, возникающих между аэрозольными частицами в акустическом поле. Для установления оптимальных условий акустического осаждения аэрозолей представляет интерес расчет относительного движения аэрозольных частиц в поле мощных звуковых волн.

Относительный гидродинамический дрейф аэрозольных частиц в акустическом поле обуславливается силами взаимодействия. Последние существенно зависят от режима обтекания частиц средой, который для стационарной задачи можно охарактеризовать с помощью числа Рейнольдса. В случае сферической частицы $\mathrm{Re} = 2VR/\nu$, где V — скорость обтекания, R — радиус частицы, ν — кинематическая вязкость.

Для частот, обычно используемых для коагуляции аэрозолей ($f < 20$ *кгц*), с достаточным приближением выполняется условие квазистационарности [1]: $\left.\frac{\partial V}{\partial t}\right| \nu\nabla^2 V \approx \omega R^2 \nu \ll 1$. Если принять размеры частиц $1 \div 10$ *мк*, а уровни звуковых давлений $150 \div 170$ *дб*, значения чисел Рейнольдса оказываются равными $\mathrm{Re} \approx 0{,}1 \div 10$.

При $\mathrm{Re} < 1$, что отвечает нижнему пределу звуковых давлений или близкой зоне обтекания (расстояние между частицами $r < 10\ R$) режим обтекания с достаточным приближением можно считать стоксовским.

В работе [2] в результате решения в нулевом приближении задачи о взаимном влиянии гидродинамических полей близко расположенных аэрозольных частиц на их относительное движение в акустическом поле при стоксовском режиме обтекания показано существование заметного смещения частиц друг относительно друга за время полупериода колебаний. Представляет интерес дальнейшее исследование этого вопроса и, в частности, решение задачи для длительного взаимодействия частиц, когда изменением расстояния между частицами пренебречь нельзя.

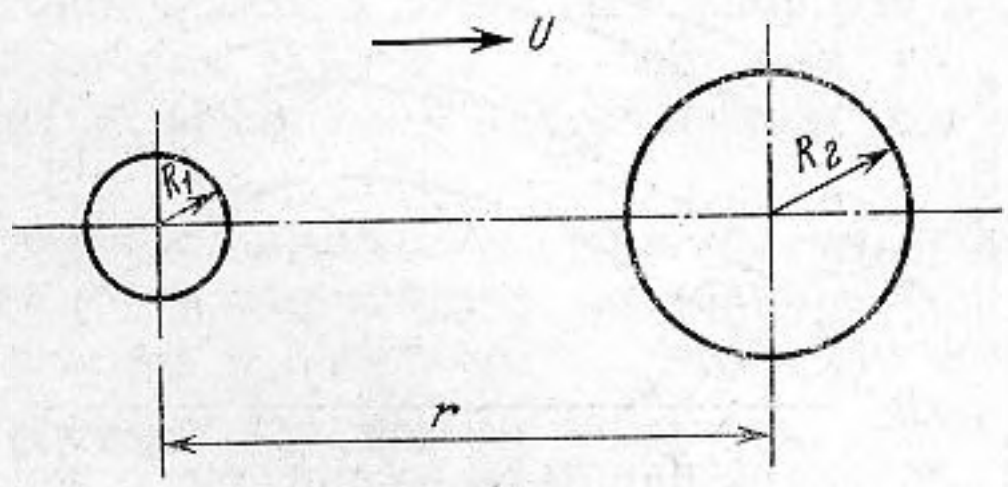
Ниже рассматривается в первом приближении задача о взаимодействии в звуковом поле неодинаковых сферических частиц при стоксовском режиме обтекания с учетом изменения расстояний между частицами при длительном взаимодействии.

Мы ограничимся случаем, когда две частицы радиусов R_1 и R_2 располагаются по одной прямой, совпадающей с направлением звуковых смещений в среде (фиг. 1). Скорость обтекания частицы радиуса R_1 обозначим через $V_1 = U - v_1$, а смещение от положения равновесия через ξ, где U — колебательная скорость среды (воздуха), v_1 — скорость частицы, вынуждаемая средой. Если принять $U = U_0 \cos \omega t$, то для установившегося режима

$$v_1 = U_0 n_1 \cos(\omega t - \varphi_1); \quad V_1 = U_0 m_1 \sin(\omega t - \varphi_1),$$

$$\xi = \frac{U_0}{\omega} n_1 \sin(\omega t - \varphi), \tag{1}$$

где $n_1 = \cos \varphi_1 = 1 / (1 + \Omega_1^2)^{1/2}$, $m_1 = \sin \varphi_1 = \Omega_1 / (1 + \Omega_1^2)^{1/2}$, $\Omega_1 = \omega \tau_1$, $\tau_1 = 2\rho R_1^2 / 9\eta$ — время релаксации, $\omega = 2\pi f$, φ_1 — фазовый сдвиг, ρ — плотность вещества частицы, η — вязкость среды. Для частицы R_2 в соответствующих выражениях изменятся индексы.



Фиг. 1

При квазистационарном движении среды каждая из частиц возмущает поле обтекания соседней частицы. Добавка скорости в собственное поле обтекания частицы R_1 от частицы R_2 при расстоянии между частицами r определяется радиальной составляющей скорости обтекания частицы R_2 на расстоянии r от нее. При стоксовском режиме обтекания эта добавка скорости равна величине $-\frac{3}{2}\frac{R_2}{r}(V_2 - V_2')$ — для поля в месте расположения частицы R_1 и $-\frac{3}{2}\frac{R_1}{r}(V_1 - v_1')$ — для поля частицы R_2, где v_1' и v_2' — добавки к скоростям частиц, обусловленные только взаимодействием полей обтекания. Эти добавки мы будем именовать возмущениями скоростей.

С учетом вышесказанного, величины возмущений скоростей частиц v_1' и v_2' вследствие линейности гидродинамических уравнений могут быть вычислены из следующей системы уравнений движения:

$$\begin{cases} \tau_1 \dfrac{dv_1'}{dt} + v_1' = -\dfrac{3}{2}\dfrac{R_2}{r}(V_2 - v_2'), \\ \tau_2 \dfrac{dv_2'}{dt} + v_2' = -\dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{R_1}{r}(V_1 - v_1'). \end{cases} \tag{2}$$

Расстояние между частицами r есть функция времени, поэтому уравнения будем решать методом последовательных приближений.

В качестве нулевого приближения полагаем $r = r_0 = \text{const}$, где r_0 — расстояние между частицами до взаимодействия. Из физических соображений начальные условия принимаем нулевыми, т. е. возмущение скоростей v_1' и v_2' и смещения частиц χ_1 и χ_2 в момент времени $t = 0$ равны нулю.

В результате решения уравнений движения в нулевом приближении можно получить величину взаимного смещения частиц друг относительно друга вследствие взаимодействия полей за время t в виде

$$\chi_2 - \chi_1 = \frac{3}{2}\frac{U_0}{\omega}(\varepsilon_1 m_1 n_2 - \varepsilon_2 m_2 n_1)(A \sin \omega t - B \cos \omega t) +$$

$$+ \frac{3}{2}\frac{U_0}{\omega}(\varepsilon_2 m_2 n_2 - \varepsilon_1 m_1 n_1) + \frac{3}{2}\frac{U_0}{\omega} A m_1 m_2 (\varepsilon_1 e^{-t/\tau_2} - \varepsilon_2 e^{-t/\tau_1}), \tag{3}$$

где

$$\varepsilon_1 = \frac{R_1}{r_0}, \; \varepsilon_2 = \frac{R_2}{r_0}; \; A = (m_2 n_1 + m_1 n_2), \quad B = (m_1 m_2 - n_1 n_2).$$

Для решения системы уравнений (2) в первом приближении полагаем начальные условия нулевыми, а расстояние r между частицами равно

$$r = r_0 + (\xi_2 - \xi_1) + (\chi_2 - \chi_1), \tag{4}$$

где $(\xi_2 - \xi_1)$ — взаимное смещение частиц друг относительно друга в установившемся режиме от колебательного движения среды при отсутствии взаимодействия полей обтекания.

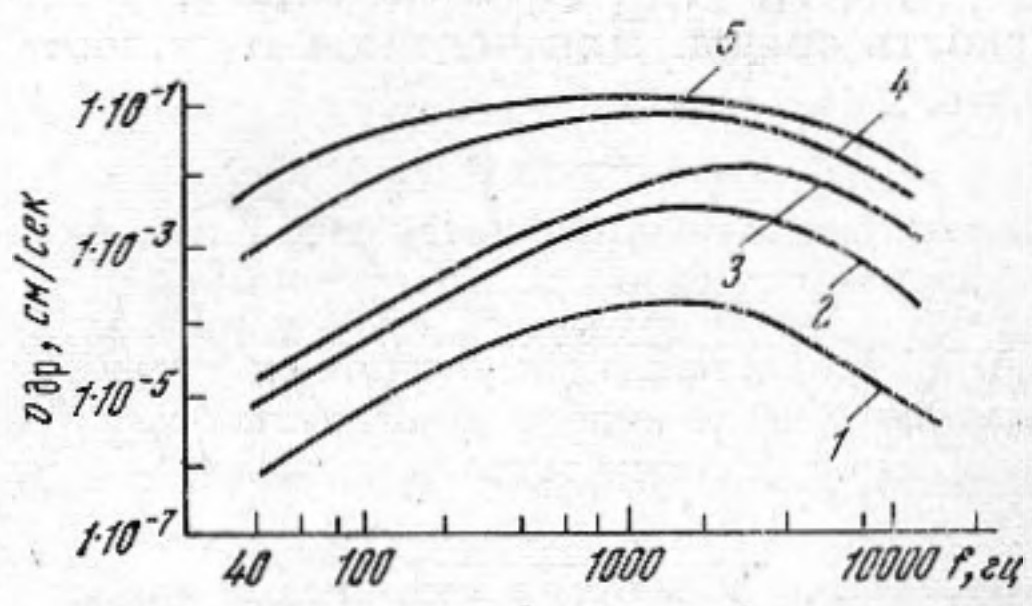
Решение уравнений (2) с учетом формул (1), (3) и (4) для разности смещений $(\xi_2 - \xi_1)$ частиц за время t содержит линейно зависимый от времени член, определяющий гидродинамический дрейф аэрозольных частиц друг относительно друга в звуковом поле при стоксовском режиме обтекания:

$$S_{др} = \xi_{2др} - \xi_{1др} = \frac{3}{4} \frac{U_0^2}{\omega} C \times \tag{5}$$

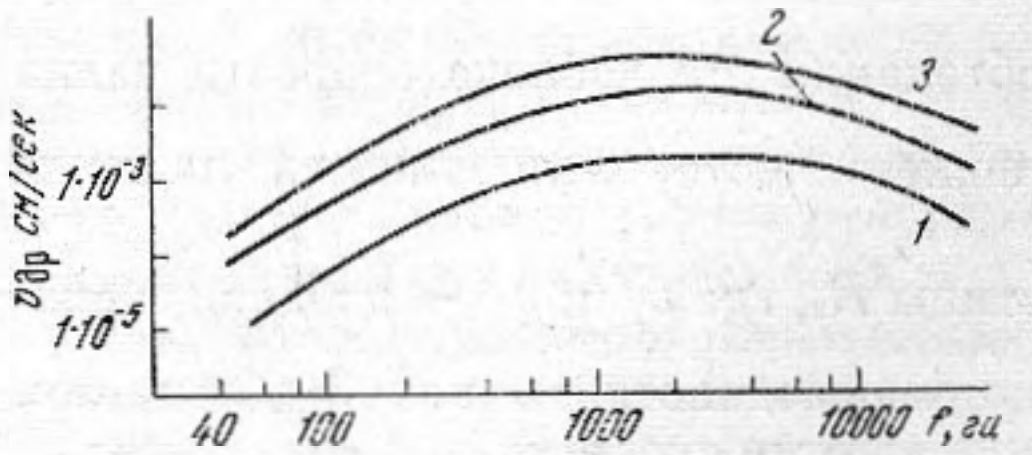
$$\times \frac{R_1 m_1 \cos(\varphi_1 + \alpha) - R_2 m_2 \cos(\varphi_2 + \alpha)}{\left[r_0 + \frac{3}{2} \frac{U_0}{\omega} (\varepsilon_2 m_2 n_2 - \varepsilon_1 m_1 n_1) \right]^2} \cdot t,$$

где $C = \sqrt{C_1^2 + C_1^2}$; $C_1 = n_2^2 - n_1^2 + \frac{3}{2}(\varepsilon_1 m_1 n_2 - \varepsilon_2 m_2 n_2) A$; $C_2 = m_1 n_1 - m_2 n_2 - \frac{3}{2}(\varepsilon_1 m_1 n_2 - \varepsilon_2 m_2 n_1) B$;

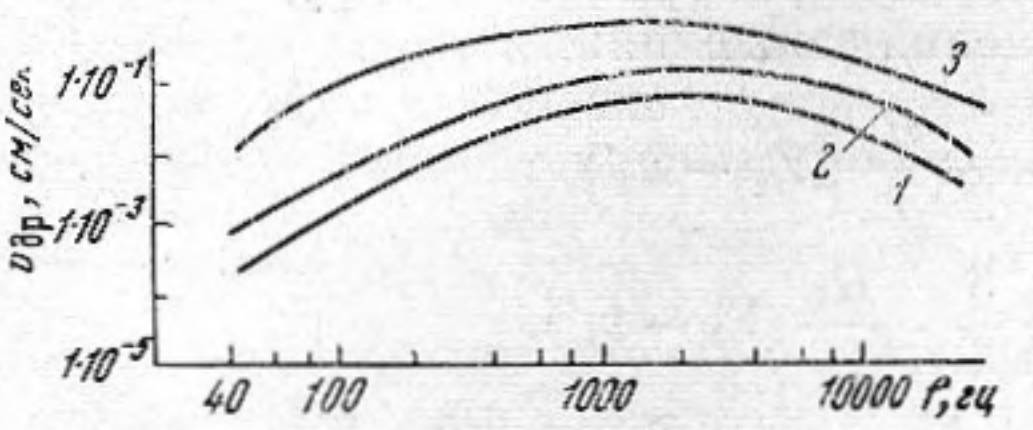
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{C_2}{C_1}.$$



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

При получении выражения (5) ограничились учетом членов, описывающих относительное изменение расстояния r в степени не выше третьей. Коэффициент при t в правой части выражения (5) по физическому смыслу есть скорость гидродинамического дрейфа частиц друг относительно друга. Обозначим эту скорость через $v_{др}$. Интересно рассмотреть зависимость скорости гидродинамического дрейфа $v_{др}$ от параметров акустического поля (частоты f и колебательной скорости U_0) и параметров аэрозоля (размеров частиц и расстояния между ними). Расчет скорости гидродинамического дрейфа $v_{др}$ при стоксовском режиме обтекания производился на ЦВМ «Минск-1».

На фиг. 2 приведены результаты расчета $v_{др}$ для частиц различных размеров в функции частоты f при $U_0 = 50$ *см/сек*, $\rho = 2{,}5$ *г/см*^{3} и $r_0 = 150$ *мк*. Кривая *1* отвечает радиусам частиц $R_1 = 2$, $R_2 = 1{,}9$ *мк*; *2* — $R_1 = 2$, $R_2 = 1{,}5$ *мк*; *3* — $R_1 = 2$, $R_2 = 1$ *мк*; *4* — $R_1 = 4$, $R_2 = 1$ *мк*; *5* — $R_1 = 6$, $R_2 = 1$ *мк*. Как видно, для определенного размера частиц существует своя зона частот максимального взаимодействия. С ростом радиуса одной из частиц при увеличении различия между размерами частиц взаи-

модействие увеличивается, а при уменьшении различия между частицами — уменьшается. Зона максимального взаимодействия с ростом размеров частиц смещается в область более низких частот. Эффективное взаимодействие при стоксовском обтекании имеет место в диапазоне частот порядка $200 + 8000$ *гц*.

На фиг. 3 представлены результаты расчета скорости взаимного гидродинамического дрейфа $v_{др}$ частиц с радиусами $R_1 = 4$ *мк* и $R_2 = 1$ *мк* ($\rho = 2{,}5$ *г/см*^{3}; $r_0 = 150$ *мк* при разных амплитудах колебательной скорости: $U_0 = 10$ *см/сек* (кривая *1*); $U_0 = 30$ *см/сек* (кривая *2*); $U_0 = 50$ *см/сек* (кривая *3*)). С повышением амплитуды колебательной скорости взаимодействие возрастает.

На фиг. 4 представлены кривые $v_{др}$ частиц радиусов $R_1 = 4$ *мк* и $R_2 = 1$ *мк* ($U_0 = 50$ *см/сек*, $\rho = 2{,}5$ *г/см*^{3}) для ряда значений расстояния r_0 между частицами до взаимодействия $r_0 = 150$ *мк* (кривая *1*); $r_0 = 100$ *мк* (кривая *2*), и $r_0 = 50$ *мк* (кривая *3*). Из кривых следует, что с уменьшением начального расстояния между частицами скорость их взаимного дрейфа возрастает. Для реального аэрозоля это означает, что с повышением начальной концентрации коэффициент акустической коагуляции увеличивается.

В работе [3] был сделан расчет гидродинамического сближения при стоксовском обтекании с учетом изменения параметров колебания аэрозольных частиц (коэффициентов увлечения и обтекания) в акустическом поле вследствие влияния полей обтекания [4]. В этой работе частично учитывалось изменение расстояния между частицами по причине различия стационарных смещений частиц (в нашем случае обозначенных ξ_1 и ξ_2). Как показали расчеты, начальные условия для решения уравнений движения в работе [3] были выбраны нулевыми, отвечающими условию отсутствия движения частиц в момент $t = 0$ начала колебаний, т. е. как и в работе [2], где рассматривалось гидродинамическое взаимодействие при стоксовском обтекании в нулевом приближении.

Однако в исходных уравнениях движения в качестве сил, действующих между частицами, принимались выражения для сил, полученные Факсеном [2]:

$$f_1 = -6\pi\eta R_1(A_{12}V_1 - B_{12}V_2) \text{ и } f_2 = -6\pi\eta R_2(A_{21}V_2 - B_{21}V_1),$$

где A_{12}, A_{21}, B_{12}, B_{21} — некоторые функции размеров частиц и расстояния между ними, V_1 и V_2 — соответственно стационарные значения скорости седиментации частиц (у Факсена — под действием сил тяжести). Величины V_1 и V_2 не учитывают изменения скоростей частиц вследствие взаимодействия и учитывают изменение только полей обтекания (а отсюда и сил сопротивления движению). Поэтому при использовании выражений Факсена в уравнениях движения для рассматриваемого случая вазимодействия аэрозольных частиц в акустическом поле необходима оценка допускаемых при этом погрешностей.

Кроме того, в работе [3] учитывалось изменение расстояния между частицами только за счет различия стациснарных смещений частиц ξ_1 и ξ_2, но не учитывалось изменение расстояния между частицами, обусловленное самим взаимодействием, т. е. разность $(\chi_2 - \chi_1)$.

Вследствие указанных различий в постановке и решении задачи полученное нами выражение (45) для скорости гидродинамического дрейфа частиц друг относительно друга несколько отличается от соотношения, приведенного в работе [3], хотя в обоих случаях зависимость от амплитуды колебательной скорости и основные коэффициенты одинаковы. Приведенные выше расчетные значения совпадают по порядку величин и характеру изменения с данными в работе [3].

Используя выражение (5), можно вычислить время t сближения частиц с расстояния r_0 до расстояния r_1 вследствие гидродинамического

дрейфа частиц навстречу друг другу:

$$t = \frac{4\omega}{3U_0^2 C} \cdot \frac{(r_0 - r_1)\left[r_0 + \frac{3}{2}\frac{U_0}{\omega}(\varepsilon_2 m_2 n_2 - \varepsilon_1 m_1 n_1)\right]^2}{[R_1 m_1 \cos(\varphi_1 + \alpha) - R_2 m_2 \cos(\varphi_2 + \alpha)]}.$$

Как показали расчеты, время сближения до столкновения только вследствие взаимного гидродинамического дрейфа частиц (без учета ортокинетического эффекта) составляет десятые и сотые доли секунды. Это указывает на то, что гидродинамическое взаимодействие, по-видимому, является основной причиной акустической коагуляции. При этом эффективное сближение аэрозольных частиц в акустическом поле происходит в широком диапазоне частот, начиная с сотен герц и до частот порядка нескольких килогерц. Наблюдается зависимость гидродинамического дрейфа от дисперсного состава аэрозоля, начальной концентрации и интенсивности акустического поля. Эксперименты по акустической коагуляции подтверждают эти выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГТТИ, 1954.
2. В. И. Тимошенко. О сближении аэрозольных частиц в звуковом поле при стоксовском режиме обтекания. Акуст. ж., 1965, **11**, 2, 222—225.
3. А. А. Подольский, В. И. Турубаров. К теории сближения аэрозольных частиц в звуковом поле в стоксовском режиме обтекания. Акуст. ж., 1966, **12**, 2, 266—269.
4. Д. Б. Дианов, А. А. Подольский, В. И. Турубаров. Колебательное движение аэрозольных частиц в звуковом поле. Коллоид. ж., 1967, **29**, 1, 69—75.

Таганрогский радиотехнический институт

Поступила в редакцию
15 января 1969 г.