на линии эксцентриситета $\xi = 1$. Заметим, что и для сплющенных сфероидальных координат также нельзя пользоваться во внутренних задачах радиальными функциями второго рода $\overset{(2)}{R}_{m,n}(-ic, i\xi)$ (по-прежнему $c = h_0 \cdot k$), хотя особые точки их лежат вне физической области значений ξ. В этом случае обращаются в бесконечность производные по нормалям n_ξ и n_η от произведения $F = \overset{(1)}{S}_{m,n}(-ic, \eta) \cdot \overset{(2)}{R}_{m,n}(-ic, i\xi)$ в точках фокальной окружности $\xi = 0$, $\eta = 0$. Действительно,

$$\frac{\partial F}{\partial n_\xi} = \overset{(1)}{S}_{m,n}(-ic, \eta) \cdot \frac{d\overset{(2)}{R}_{m,n}(-ic, i\xi)}{d\xi} \cdot (h_\xi)^{-1}, \tag{6}$$

$$\frac{\partial F}{\partial n_\eta} = \overset{(2)}{R}_{m,n}(-ic, i\xi) \cdot \frac{d\overset{(1)}{S}_{m,n}(-ic, \eta)}{d\eta} \cdot (h_\eta)^{-1}. \tag{7}$$

При $m-n$—четном в точках $\xi=0$, $\eta=0$ выражение (6) обращается в бесконечность так как $h_\xi = 0$, а $\overset{(1)}{S}_{m,n}(-ic, \eta)$ и $\dfrac{d\overset{(2)}{R}_{m,n}(-ic, i\xi)}{d\xi}$ отличны от нуля. Когда $m - n$ нечетно, то в этих же точках $\xi = 0$, $\eta = 0$ обращается в бесконечность правая часть равенства (7) ввиду того, что $h_\eta = 0$, а $\overset{(2)}{R}_{m,n}(-ic, i\xi)$ и $d\overset{(1)}{S}_{m,n}(-ic, \eta)/d\eta$ отличны от нуля *.

Вектор смещения **S** упругого тела можно представить в виде комбинации скалярного (Φ) и векторного (**A**) потенциалов [1]: $\mathbf{S} = -\mathrm{grad}\,\Phi + \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$.

В осесимметричной задаче с вытянутой сфероидальной границей фундаментальными решениями скалярного волнового уравнения для потенциала $(\Delta + k_0^2)\Phi = 0$ будут сфероидальные функции $\overset{(1),(2)}{S}_{m,n}(c, \eta)$ и $\overset{(1),(2)}{R}_{m,n}(c, \xi)$ с индексом $m = 0$.

Возможность разделения переменных в векторном волновом уравнении позволяет получить строгое решение осесимметричной задачи дифракции звуковой волны на упругих телах с аналитическими поверхностями в системе сфероидальных и параболических координат вращения.

Авторы благодарят И. И. Клюкина за обсуждение результатов и интерес, проявленный к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. М. Морз и Г. Фешбах. Методы теоретической физики, т. 2. М., ИЛ, 1960.
2. К. Фламмер. Таблицы волновых сфероидальных функций. М., Гостехиздат, 1962.
3. Е. В. Гобсон. Теория сферических и эллипсоидальных функций. М., ИЛ, 1952.

Ленинградский кораблестроительный институт

Поступило в редакцию 29 января 1969 г.

УДК 534.6

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТНЫХ ГАРМОНИК ПЬЕЗОИЗЛУЧАТЕЛЯ В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ ДЛЯ ЖИДКОСТЕЙ

В. Илгунас, К. Паулаускас, А. Тамашаускас

Интерферометрические методы исследования дают возможность одновременного измерения скорости и поглощения ультразвука в веществах, причем скорость определяется с точностью до 0,002% [1, 2], а поглощение — (3—8)% [3]. Эта возможность особенно ценна при комплексных исследованиях в молекулярной акустике, так как скорость и поглощение определяются для одного и того же состава вещества при одинаковых условиях.

До сих пор для интерферометрических измерений применялась главным образом основная частота пьезоизлучателя. При этом для исследования веществ в неко-

---

* Приводимое рассуждение аналогично тому, которое развивает Гобсон [3] при разложении гармонического потенциала во внутренней области сплющенных сфероидальных координат.

тором диапазоне частот приходилось неоднократно перестраивать генератор, заменять пьезоизлучатель и вновь производить механическую юстировку и электрическую настройку системы.

Нами сделана попытка использовать в ультраакустическом интерферометре ряд нечетных гармоник пьезокристалла. Экспериментами было установлено, что кривая реакции при работе на нечетных гармониках соответствует кривой реакции, получаемой на основной частоте; изменяется только коэффициент стоячей волны, уменьшаясь с увеличением номера гармоники. Одновременно повышаются требования к чувствительности детектора и к точности соответствия частоты генератора частоте гармоники.

Согласно ранее предложенным методу, схеме и устройству интерферометра для определения скорости и поглощения ультразвука в жидкостях [3, 4], были проведены измерения, которые в пределах ошибок дали сходные результаты вне зависимости от номера гармоники. На низших гармониках были учтены дифракционные потери согласно работе [3, 5]. Результаты измерений представлены в таблице. В седьмой графе таблицы приводится значение длины волны в исследуемой жидкости λ; в восьмой — измеренное поглощение α_s / f^2; в девятой — дифракционная поправка поглощения $\Delta\alpha / f^2$ и в десятой — исправленное значение поглощения $\alpha / f^2 = (\alpha_s / f^2) - (\Delta\alpha / f^2)$.

Исследуемая жидкость	Температура, °С	Радиус кристалла, *см*	Основн. частота, *Мгц*	Рабоч. частота, *Мгц*	№ гармоники	λ, *см*	α_s/f^2	$\Delta\alpha/f^2$	α/f^2
							10^{-17}*сек*^{2}/*см*		
Дистиллированная вода	20,5	1,12	2,7	2,7	I	0,05494	103	70	33
	»	»	»	8,1	III	0,01828	26	2,6	23
	»	»	»	13,5	V	0,01099	25	0,56	25
	»	»	»	18,9	VII	0,00786	25	0,21	25
	»	0,98	5,0	15,0	III	0,00988	24	0,53	24
	»	0,95	7,0	21,0	III	0,00706	25	0,21	25
Толуол	»	1,12	2,7	2,7	I	0,04905	151	63	88
	»	1,12	»	8,1	III	0,01633	85	2,3	83
	»	»	»	13,5	V	0,00981	89	0,50	89
	»	»	»	18,9	VII	0,00701	86	0,18	86
Циклогексан	»	1,45	1,5	1,5	I	0,08496	415	210,1	205
	»	1,12	2,7	13,5	V	0,00945	195	0,48	195
	»	»	»	18,9	VII	0,00675	195	0,18	195

Для иллюстрации применимости нашего метода здесь приведены результаты измерений только в слабопоглощающих жидкостях, потому что для сильнопоглощающих погрешности меньше, меньше и дифракционные поправки.

Применение высших гармоник ведет к увеличению добротности эквивалентного колебательного контура излучающего кристалла и подсоединенной к нему части схемы, так как статическая емкость такого излучателя меньше, чем излучателя работающего на основной частоте. Это компенсирует уменьшение чувствительности с повышением номера гармоники. Кроме того, при возбуждении высоких частот с использованием высших гармоник, можно применять кристаллы большего диаметра и толщины, а тем самым уменьшаются поправки на дифракцию и кристалл меньше прогибается под давлением столбика жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. A. Del Grosso. Problem in the absolute measurement of sound speed. U.S. Navy J. Underwater Acoustics, 1966, 16, 4, 597—612.
2. A. J. Barlow, E. Yazgan. Phase change method for the measurement of ultrasonic wave velocity and a determination of the speed of sound in water, Brit. J. Appl. Phys., 1966, 17, 6, 807—819.
3. В. Илгунас, К. Паулаускас, А. Тамашаускас. Статистическое определение скорости звука и ее погрешности при измерениях ультразвуковым интерферометром. Совещ. по квант. акустике и ультразвук. интерферометрии, 26—30 июня 1967 г. Вильнюс.
4. В. Илгунас, К. Паулаускас. Измерение поглощения ультразвука в жидкостях интерферометром. Акуст. ж., 1966, 12, 2, 258—261.
5. П. Е. Краснушкин. О дифракционных эффектах при измерениях скорости и поглощения ультразвука. Докл. АН СССР, 1968, 181, 6, 1361—1364.

Каунасский политехнический институт

Поступило в редакцию 17 декабря 1968 г.