

В заключение заметим, что экспериментально, по-видимому, легче осуществить усиление ультразвуковых колебаний в жидкости при выполнении условия пространственного резонанса для продольных колебаний пластины, так как потери на излучение в среду в этом случае значительно меньше, чем в случае изгибных колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Лямшев. Прохождение звука через пьезополупроводниковую пластину в жидкости. Акуст. ж., 1968, 14, 3, 474—476.
2. Л. М. Лямшев. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. М., Изд-во АН СССР, 1955.
3. В. И. Пустовойт, М. Е. Герценштейн. О возможности усиления изгибных волн. Физ. тверд. тела, 1964, 6, 3, 879—887.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
24 февраля 1969 г.

УДК 534.222

ОБ ИЗМЕНЕНИИ СПЕКТРА НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДЕ

Б. И. Максимов

В работе [1] рассматривалось во втором приближении изменение спектра периодического сигнала, распространяющегося в идеальной среде. Представляет интерес исследовать изменение спектра непериодического сигнала при его прохождении через диссипативную среду.

Будем исходить из уравнения, которое описывает распространение волн конечной амплитуды в диссипативной среде в квадратичном приближении [2, 3]

$$\frac{\partial v}{\partial z} = bv \frac{\partial v}{\partial \tau} + \delta \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2},$$

где v — скорость, $z = kx$, $\tau = \omega t - kx$, $\omega = kc_0$,

$$b = \frac{\gamma + 1}{2c_0}, \quad \delta = \frac{b'\omega}{2\rho_0 c_0^2}, \quad b' = \frac{4}{3} \eta + \eta' + \kappa \left(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p} \right),$$

η — коэффициент сдвиговой вязкости, η' — коэффициент объемной вязкости, κ — коэффициент теплопроводности. В случае непериодического сигнала, когда спектр является непрерывным, представим скорость $v(z, \tau)$ в виде интеграла Фурье:

$$v(z, \tau) = \int_0^{\infty} A(z, y) \cdot \cos y\tau \cdot d\tau + \int_0^{\infty} B(z, y) \sin y\tau \cdot d\tau, \quad (1)$$

где

$$A(z, y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} v(z, \tau) \cos y\tau \cdot d\tau, \quad B(z, y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} v(z, \tau) \sin y\tau \cdot d\tau \quad (2)$$

есть трансформанты Фурье для функции $v(z, \tau)$, а переменная y играет роль безразмерной частоты.

Перейдем в уравнении (1) к трансформантам Фурье $A(z, y)$, $B(z, y)$. Тогда получим следующие уравнения для A и B :

$$\frac{\partial A(z, y)}{\partial z} = \frac{by}{4} \int_0^{\infty} dy' [-B(z, y') \cdot A(z, y + y') + A(z, y') B(z, y + y') + B(z, y') A(z, y - y') + A(z, y') B(z, y - y')] - \delta y^2 A(z, y). \quad (3)$$

$$\frac{\partial B(z, y)}{\partial z} = \frac{by}{4} \int_0^{\infty} dy' [-A(z, y') \cdot A(z, y + y') - B(z, y') B(z, y + y') - A(z, y') \cdot A(z, y - y') + B(z, y') B(z, y - y')] - \delta \cdot y^2 B(z, y). \quad (4)$$

Предположим для простоты, что исходный спектр имеет вид прямоугольника:

$$\begin{aligned} A(z=0, y) &= M_1 [\theta(y - \sigma_0) - \theta(y - N\sigma_0)], \\ B(z=0, y) &= M_2 [\theta(y - \sigma_0) - \theta(y - N\sigma_0)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь постоянные M_1, M_2 , которые имеют размерность скорости, есть амплитуды трансформант Фурье A и B соответственно, σ_0 — безразмерная постоянная, играющая роль «частоты» при которой начинается спектр, N — целое число характеризующее ширину спектра, $\theta(x)$ — ступенчатая функция, определяемая формулой

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Будем решать уравнения (3), (4) при граничном условии (5) методом последовательных приближений. В качестве первого приближения имеем

$$A_1(y) = A(z=0, y), \quad B_1(y) = B(z=0, y). \quad (6)$$

Для получения второго приближения $A_2(z, y), B_2(z, y)$ подставим в правые части уравнений (3), (4) вместо A и B их первые приближения (6). После элементарных преобразований получим

$$A_2(z, y) = \frac{bzy}{2} \cdot \alpha - \delta zy^2 A_1(y), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= -M_1 M_2 \{ 2\sigma_0 [\theta(y - 2\sigma_0) - \theta(y - (N+1)\sigma_0)] + \\ &+ 2N\sigma_0 [\theta(y - 2N\sigma_0) - \theta(y - (N+1)\sigma_0)] - \\ &- y [\theta(y - 2\sigma_0) + \theta(y - 2N\sigma_0) - 2\theta(y - (N+1)\sigma_0)] \}. \end{aligned}$$

$$B_2(z, y) = \frac{bzy}{4} \beta - \delta \cdot y^2 \cdot z B_1(y), \quad (8)$$

где

$$\beta = (M_1^2 + M_2^2) \left\{ \frac{\alpha}{M_1 M_2} - 2 [(N-1)\sigma_0 - y] \cdot [\theta(y) - \theta(y - (N-1)\sigma_0)] \right\}.$$

Полученные формулы (7), (8) справедливы при выполнении условий

$$bzy \sqrt{M_1^2 + M_2^2} \cdot y^2 \ll 1, \quad \delta zy^2 \ll 1.$$

Из формул (6) — (8) можно сделать следующие выводы:

1. Исходный спектр при $z=0$, занимающий область «частот» $(\sigma_0, N\sigma_0)$ расширяется в обе стороны. Спектр при $z \neq 0$ занимает область «частот» $(0, 2N\sigma_0)$.
2. Спектральная плотность сигнала увеличивается быстрее для высоких частот.
3. Спектр при $z=0$ имеет как амплитудную, так и фазовую характеристики, отличающиеся от таковых для исходного спектра.
4. Влияние диссипации имеет место только в области «частот» $(\sigma_0, N\sigma_0)$ и проявляется сильнее для высоких частот.

Эти выводы согласуются с результатами, полученными в работах [1, 3] для дискретного спектра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. К. Зарембо. О нелинейном искажении плоской волны в недиссипативной среде. Акуст. ж., 1961, 7, 2, 189—194.
2. С. И. Солуян, Р. В. Хохлов. Распространение акустических волн конечной амплитуды в диссипативной среде. Вести. МГУ, сер. физ., 1961, 3, 52.
3. Л. К. Зарембо, В. А. Красильников. Введение в нелинейную акустику. М., «Наука», 1966.

Институт народного хозяйства
им. Г. В. Плеханова
Москва

Поступило в редакцию
7 октября 1968 г.