УДК 534.26

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

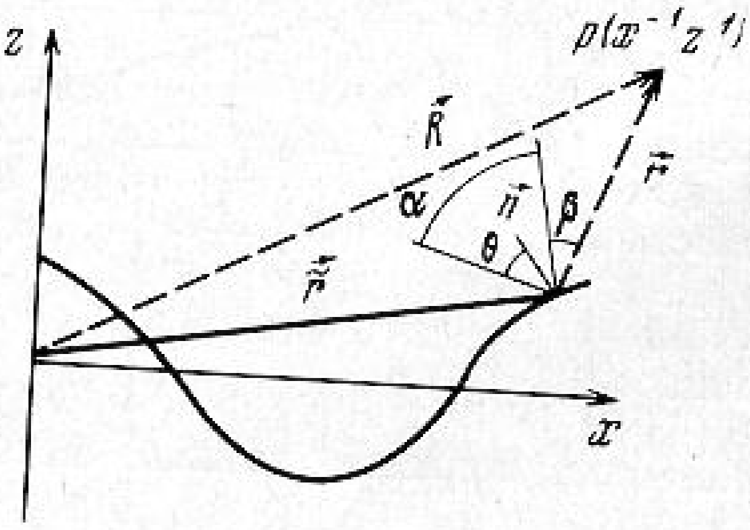
Т. Л. Гутман

Пусть на поверхность, колеблющуюся относительно некоторой плоскости p, падает плоская монохроматическая волна. Выберем систему координат так, чтобы плоскость xz совпадала с плоскостью падения волны, а ось z была перпендикулярна к плоскости p. В этой системе координат уравнение поверхности примем в виде $z = a\cos(sx + \nu t + \delta)$ (плоский случай), а потенциал падающей волны в виде $\varphi = e^{i(kx\sin\alpha - kz\cos\alpha - \omega t)}$, где α — угол падения (см. фигуру). Нас будет интересовать поле в произвольной точке $P(x'z')$ в некоторый момент времени t'.

Для расчета дифрагированного поля воспользуемся формулой, являющейся обобщением известной формулы Кирхгофа на случай поверхности, движущейся произвольным образом:

$$\varphi(x', z', t') = \frac{1}{4\pi}\int_{\sigma}\left\{\frac{\partial\varphi}{\partial n}\frac{1}{r(1-\beta_{nr})} - \varphi\frac{\partial}{\partial n}\frac{1}{r(1-\beta_{nr})} + \right.$$
$$\left. + \frac{\mathrm{grad}_i\, r}{c(1-\beta_{nr})}\frac{\partial}{\partial t}\frac{n_i\varphi}{r(1-\beta_{nr})} - \frac{\beta_n}{cr(1-\beta_{nr})}\frac{\partial}{\partial t}(\beta_n\varphi)\right\} d\sigma. \qquad (1)$$

Здесь φ, $\partial\varphi/\partial t$, $\partial\varphi/\partial n$ — значения поля и его производных на поверхности σ, $\mathbf{n}$ — единичная нормаль к поверхности, β_n — отношение скорости движения поверхности по направлению ее нормали к скорости распространения падающего излучения, r — расстояние от точки наблюдения до точки на поверхности, β_{nr} — проекция нормальной скорости поверхности на направление r. Все величины под интегралом и сама поверхность берутся в момент времени $t = t' - r/c$. Интегрирование производится по всей озвученной площадке.



Формула (1) легко может быть получена методом, предложенным в работе [1]*. Для использования ее необходимо знать φ, $\partial\varphi/\partial n$, $\partial\varphi/\partial t$ на поверхности σ. Для получения этих величин предположим, что отражение в каждой точке поверхности происходит приблизительно так же, как и от бесконечной плоскости, совпадающей с касательной плоскостью в данной точке. Для выполнения этого предположения необходимо, чтобы на касательной плоскости в каждой точке поверхности можно было выделить площадку, достаточно близкую к поверхности, с линейными размерами, большими по сравнению с длиной падающей волны. Условия выполнимости этих предположений подробно рассмотрены в работе [3].

Мы будем предполагать, что поверхность σ идеально отражающая, т. е. $\varphi/\sigma = 0$, и для нахождения $d\varphi/dn$ и $d\varphi/dt$ на поверхности рассмотрим отражение от плоскости касательной к поверхности в некоторой точке и движущейся параллельно себе [4]. С точностью до членов порядка β_n мы получим

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{\sigma} = -2ik(\cos\theta + \beta_n)e^{-i(\omega t - \mathbf{kr})}; \quad \left.\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right|_{\sigma} = 0,$$

где θ — угол между падающим лучом и нормалью к поверхности, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки на поверхности. Считая, что наблюдение происходит в зоне Фраунгофера, будем пренебрегать членами порядка $1/r^2$ и выше по сравнению с $1/r$. Если озвучена колеблющаяся площадка конечных размеров — $2D$, то, поместив начало координат в центр этой площадки и обозначив через R расстояние от начала до точки наблюдения, положим

$$\frac{1}{r} \approx \frac{1}{R}; \quad kr \approx kR - \boldsymbol{\varkappa}\mathbf{r}, \quad \text{где } \boldsymbol{\varkappa} \text{ — вектор,}$$

по модулю равный k и направленный из начала координат в точку наблюдения.

Итак, в нулевом приближении, пренебрегая членами β_n, получим

$$\varphi(x', z', t') = \frac{ik}{2\pi R}e^{i(kR - \omega t')}\int_{-D}^{D}(z_x'\sin\alpha + \cos\alpha)\times$$
$$\times \exp\{ik[x(\sin\alpha - \sin\beta) - (\cos\alpha + \cos\beta)a\cos(sx + \nu t + \delta)]\}\,dx. \qquad (2)$$

* Отличие этой формулы от формулы, полученной в работе [2] (третье слагаемое под интегралом), вызвано допущенными в работе [2] неточностями.

Здесь β — угол между oz и $\mathbf{R}$, $t \approx t' - R / c$. Вычисление интеграла в формуле (2) методом стационарной фазы (ak — большой параметр) при условии, что

$$as > \left(\operatorname{tg} \frac{\alpha - \beta}{2} \right) \tag{3}$$

дает

$$I = \left[\frac{2\pi}{k\rho} \right]^{1/2} \cdot \frac{1}{s} \left[\operatorname{tg} \frac{\beta - \alpha}{2} \sin \alpha + \cos \alpha \right] \frac{\sin 2N\gamma\pi}{\sin \nu\pi} e^{-i\gamma(\nu t + \delta)} \{ e^{i[\gamma\sigma - k\rho + \pi\gamma]} + $$
$$+ e^{-i(\gamma\sigma - k\rho)} \} + O\left(\frac{1}{k\rho} \right).$$

Здесь $\rho = \dfrac{\cos \beta + \cos \alpha}{s} \sqrt{a^2 s^2 - \operatorname{tg}^2 \dfrac{\beta - \alpha}{2}}$; $\sigma = \arcsin \dfrac{\operatorname{tg} \frac{\beta - \alpha}{2}}{as}$; $\gamma = \dfrac{k}{s} (\sin \alpha - \sin \beta)$;

N — число длин волн $2\pi / s$, содержащееся в D: $N = [Ds / 2\pi]$.

Функция $\sin 2 N\gamma\pi / \sin \pi\gamma$ имеет большие (порядка $2N$) экстремумы при всех целых значениях γ, т. е. можно утверждать, что в направлении β_m, соответствующем целому γ, $\frac{k}{s} (\sin \alpha - \sin \beta) = m$, $m = 0, \pm 1, \ldots$, будут наблюдаться максимумы амплитуды дифрагированной волны. Множитель $e^{-i\gamma(\nu t + \delta)} = e^{-im\nu t'} e^{im(\gamma R / c) - \delta}$ определит сдвиг частоты в соответственном максимуме. Интересно, что в нулевом дифракционном максимуме, соответствующем направлению зеркального отражения, сдвиг частоты отсутствует.

Если условие (3) не выполнено, то дифракция определится краями площадки; при условии (3) эффект от краев оказывается меньше рассмотренного.

Заметим в заключение, что полученные при $ak \gg 1$ результаты аналогичны результатам Басса [5] для относительно длинноволнового ($ak \ll 1$) случая. Это обстоятельство позволяет предположить возможность их распространения на случай средних длин волн ($ak \sim 1$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Т. Л. Гутман. К вопросу о дифракции электромагнитных волн на произвольно движущейся поверхности. Изв. вузов, Радиофизика, 1968, 11, 10, 1592—1599.
2. В. А. Хромов. К обобщению теоремы Кирхгофа для случая поверхности, движущейся произвольным образом. Акуст. ж., 1963, 9, 1, 88.
3. Л. М. Бреховских. Дифракция на неровной поверхности. Ж. эксп. и теор. физ., 1952, 23, 3, 275—304.
4. А. Л. Гутман. Дифракция плоской волны на расширяющемся сферическом сегменте. Радиотехника и электроника, 1968, 13, 2, 195—203.
5. Ф. Г. Басс. К теории комбинационного рассеяния волн на неровной поверхности. Изв. вузов, Радиофизика, 1961, 4, 1, 58.

Ленинградский кораблестроительный институт

Поступило в редакцию 31 декабря 1967 г.

УДК 534.26

ОБ ОДНОЙ ОСОБЕННОСТИ ШУМОВОГО ПОЛЯ ВНУТРИ ОБОЛОЧКИ, ОБТЕКАЕМОЙ ПОТОКОМ

Н. Д. Дендебера

Результаты экспериментальных исследований статистических характеристик пульсаций давления, действующих на поверхность тела, движущегося в воде, приводятся в ряде работ, в том числе в статьях [1—3]. Измерения пульсаций давления обычно осуществляются при помощи приемников, укрепленных заподлицо с поверхностью тела. Из анализа опубликованных данных, см., например, работу [2], можно видеть, что существует различие в уровнях давления, регистрируемых приемниками, расположенными в различных точках поверхности вдоль по потоку. Рассматривая взаимодействие колебаний оболочки с полем пульсаций давления в турбулентном пограничном слое, можно прийти к заключению, что и в различных точках внутри оболочки, заполненной водой, при обтекании ее потоком воды, уровни пульсаций давления будут существеннно отличаться и зависеть от расположения звукоприемника. Ниже излагаются результаты некоторых экспериментов, проведенных с целью изучения указанных особенностей поля внутри замкнутой звукопрозрачной оболочки, обтекаемой потоком воды.