# АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Т. XIV
1968
Вып. 4

АКАДЕМИЯ
НАУК
СССР

октябрь
ноябрь
декабрь

*Основан в 1955 году* *Выходит 4 раза в год*

МОСКВА


УДК 534.26:534.61

## О ДИФРАКЦИОННЫХ ЭФФЕКТАХ В УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

### ОБЗОР

*М. Б. Гитис, А. С. Химунин*

С появлением импульсных методов в экспериментальной акустике [1—3] существенно возросла точность измерения основных акустических параметров — скорости распространения, коэффициента поглощения и рассеяния ультразвука на неоднородностях исследуемой среды. Достаточно сказать, что относительная погрешность лучших современных методов при измерении скорости звука достигает величины порядка $10^{-5}$ [4], а разрешающая способность приближается к $10^{-7}$ — $10^{-8}$ [5, 6].

В то же время именно благодаря повышению точности измерения стали обнаруживаться расхождения в результатах, полученных различными исследователями для одних и тех же веществ, причем эти расхождения зачастую превышали возможную экспериментальную ошибку [7, 8]. Последующие исследования показали, что причиной указанного расхождения во многих случаях оказываются дифракционные явления [9, 10], возникновение которых обусловлено конечными размерами преобразователей по сравнению с длиной волны. При измерении, например, коэффициента поглощения было обнаружено, что экспоненциальный закон спадания амплитуды сигнала при увеличении расстояния между преобразователями соблюдается далеко не всегда, особенно при измерениях в слабопоглощающих средах на частотах порядка единиц мегагерц.

Имеющиеся исследования по учету дифракционных поправок могут быть разбиты на два больших направления. Первая группа работ посвящена теоретическому расчету характеристик звуковой волны в функции от размеров преобразователей, расстояния между ними, частоты и т. п. Другой подход связан с отысканием дифракционных поправок эмпирическим путем. Получающиеся при этом результаты экспериментальных ис-

следований могут служить критерием пригодности аналитических зависимостей и соответствующих им граничных условий.

Конечной целью теоретических методов расчета является получение зависимости высокочастотного электрического напряжения на приемном пьезопреобразователе в функции от указанных изменяющихся параметров. Так как это напряжение (по-видимому, с хорошим приближением) пропорционально среднему давлению, действующему на приемник заданных размеров, то исследование дифракционных эффектов в конечном счете сводится к отысканию соответствующей зависимости для среднего давления. Последняя же может быть найдена различными способами:

а) усреднением по площади приемника известных выражений для давления в произвольной точке поля излучателя,

б) использованием результатов теории акустических волноводов,

в) численными методами расчета.

## Ближнее поле поршневого излучателя

В самом общем случае давление в произвольной точке поля может быть найдено как решение волнового уравнения с соответственными граничными условиями:

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0, \qquad (1)$$

где $\varphi$ — потенциал колебательной скорости, $c$ — скорость звука.

Акустическое давление $p$ и колебательная скорость $v$ связаны с потенциалом известными соотношениями:

$$p = \rho\frac{\partial\varphi}{\partial t}, \quad v = -\operatorname{grad}\varphi, \qquad (2)$$

где $\rho$ — плотность среды. В случае гармонических колебаний с частотой $\omega = 2\pi f$ волновое уравнение (1) приводится к виду

$$\nabla^2\varphi + k^2\varphi = 0, \qquad (3)$$

где $k = \omega / c$ — волновое число *.

Известны два вида решений уравнения (3) в зависимости от допущений относительно среды, в которую происходит излучение. Первое из них относится к безграничной среде, решения же второго вида получены из волноводной теории. Рассмотрим вначале случай безграничной среды.

Пусть круглый излучатель радиуса $a$ колеблется как плоский поршень в бесконечном экране и излучает в положительном направлении оси $z$ в изотропную однородную среду с нулевым поглощением. Распределение амплитуд колебательной скорости $v_0 = \partial\varphi / \partial n$ на излучателе принимается равномерным и не зависящим от координат $x$, $y$, начало которых совпадает с центром излучателя ($\bar{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности излучателя).

Наиболее известным в акустике выражением для потенциала скорости в произвольной точке поля $A(x, y, z)$, удовлетворяющим волновому уравнению (3) и граничным условиям $\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{z=0} = v_0 = \text{const}$ при $x \leqslant a$ и $\left.\frac{\partial\varphi}{\partial n}\right|_{z=0} = 0$ при $x \geqslant a$, является выражение, полученное Рэлеем [11]:

$$\varphi_A = -\frac{1}{2\pi}\int\int_S \frac{\partial\varphi}{\partial n}\frac{e^{-ikR}}{R}\,dS = -\frac{v_0}{2\pi}\int\int_S \frac{e^{-ikR}}{R}\,dS, \qquad (4)$$

* Исследование уравнений (1) и (3) и отыскание их решений является одной из задач математической физики. Мы ограничимся здесь лишь теми результатами, которые можно использовать при изучении дифракционных эффектов.

где $R$ — расстояние от исследуемой точки до элемента поверхности излучателя $dS$. Другим, часто используемым в акустике выражением является известная формула Кинга [12]:

$$\varphi_A = av_0 \int_0^\infty \mu^{-1} e^{-\mu z} J_0(\lambda\rho) J_1(\lambda a)\, d\lambda, \tag{5}$$

где $\rho$, $z$ — цилиндрические координаты, $\mu = (\lambda^2 - k^2)^{1/2}$, $J_n$ — символы цилиндрических функций Бесселя $n$-го порядка. Исчерпывающий математический анализ этих выражений применительно к теории излучения в акустике приведен в работе [13] *. К сожалению, интегралы (4) и (5) не могут быть вычислены в конечном виде для произвольных точек поля, за исключением случаев потенциала на оси или области $z \gg a^2/\lambda$ [12, 14—16].

Шох [17] показал, что поверхностный интеграл Рэлея (4) путем выбора соответствующей системы координат может быть представлен линейным интегралом

$$\varphi_A = \frac{v_0}{ik} e^{-ikz} - \frac{v_0}{2\pi ik} \int_0^{2\pi} e^{-ikr_1(\theta)}\, d\theta, \tag{6}$$

где $r_1(\theta)$ — расстояние от исследуемой точки поля до образующей поршня и $\theta$ — угол между осью $x$ и проекцией отрезка $r$ на плоскость поршня. Используя ряд приближений для случая круглого излучателя, Шох свел выражение (6) к весьма простой зависимости для потенциала в точке $A$, проекция которой не выходит за пределы излучателя

$$\varphi_A = \frac{v_0}{ik}\left[e^{-ikz} - e^{-ik\sqrt{z^2+a^2}} \cdot J_0\left(kx/\sqrt{1+(z/a)^2}\right)\right]. \tag{7}$$

Последнее выражение справедливо лишь для точек поля, удовлетворяющих условиям $(x/a)^2 \ll 1$, $ax/z^2 \ll 1$, $a^2x^2/\lambda \ll z^3$.

Приближения более высокого порядка при вычислении интеграла (6) были использованы Картером и Вильямсом [18] для потенциала скорости в параксиальной области. Для точек поля, удовлетворяющих условию $(z_a/a) \geqslant 0{,}03ka\delta^3$, искомый потенциал будет

$$\varphi_A = \frac{v_0}{ik}\Bigg\{ e^{-ikz} - \pi^{-1/2} \exp\left[-ik(z_a + \beta/2k)\right] \times$$

$$\times \Bigg[ \sum_{n=0} \frac{(-1)^n 2^2\, \Gamma\left(2n+\frac{1}{2}\right)}{(2n)!} \delta^{2n} J_{2n}(\alpha) +$$

$$+ i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n+1} \Gamma\left[(2n+1)+\frac{1}{2}\right]}{(2n+1)!} \delta^{2n+1} J_{2n+1}(\alpha) \Bigg] \Bigg\}, \tag{8}$$

где

$$z_a = (z^2 + a^2)^{1/2}, \quad \alpha = kax/z_a, \quad \beta = kx^2/z_a, \quad \delta = x/a.$$

Последнее выражение по сравнению с формулой Шоха (7) применимо для значительно бóльших радиальных расстояний. Подстановка $x = 0$

---

* В упомянутой работе обосновывается также и выбор знака временно́го множителя и, соответственно, знак в экспоненте не зависящей от времени плоской волны; однако в дальнейшем при выборе знака мы будем следовать принятым в цитируемых работах обозначениям.

в выражение (8) приводит к известной зависимости для потенциала на оси круглого излучателя

$$\varphi_{0,\,0,\,z} = (v_0 / ik)\,[\exp(-ikz) - \exp(-ikz_a)],$$

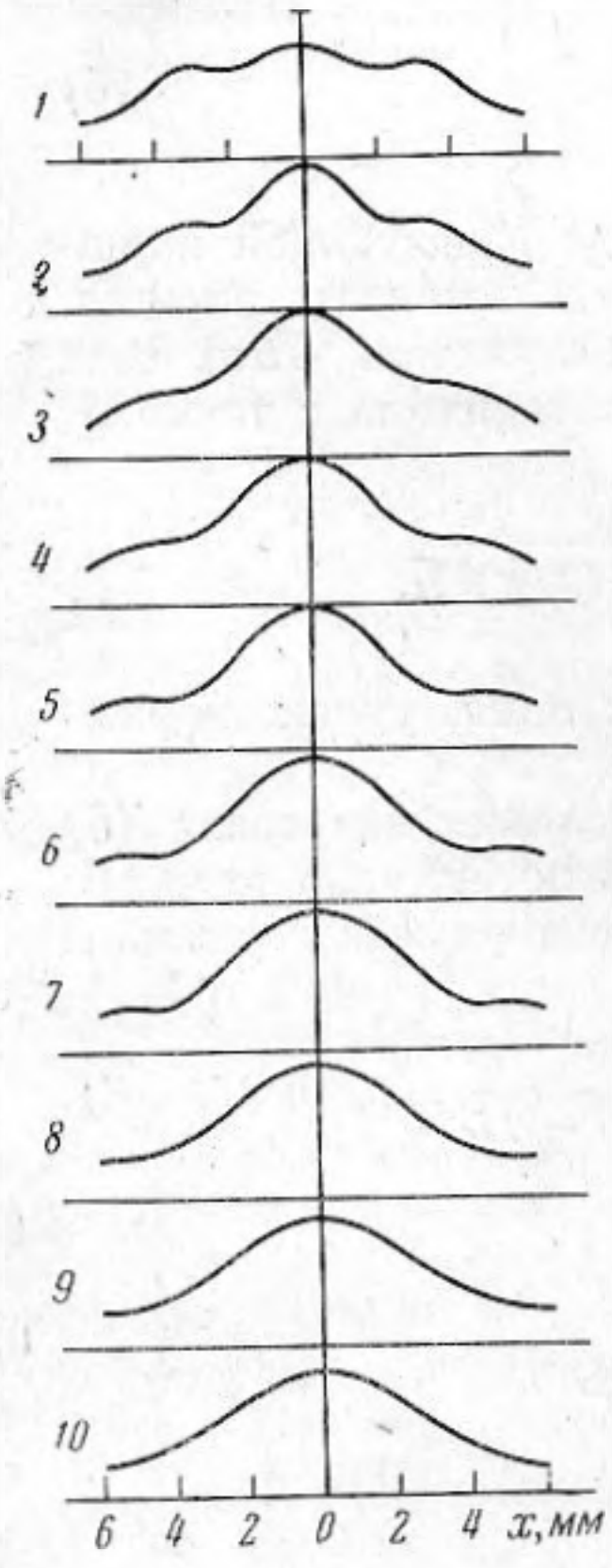
тогда как удержание членов, содержащих $x$ в первой степени, непосредственно дает приближенное выражение (7). Дальнейшее уточнение вида потенциала для параксиальной области приведено в работе [19].

Строгое выражение для потенциала скорости в произвольной точке поля, справедливое для $z > x + a$ (см. [19]), получено в той же работе [18]:

$$\varphi_A = -\frac{v_0}{ik}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{2^m m!}(ka)^m\left(\frac{a}{z}\right)^m\left(\frac{\pi}{2}kz\right)^{1/2}H^{(2)}_{m-1/2}(kz)\,f_{2m}.$$

Используя асимптотическое представление функции Ганкеля для больших аргументов, последнее выражение можно существенно упростить:

$$\varphi_A = -\frac{v_0}{ik}e^{-ikz}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{2^m m!}(ka)^m\left(\frac{a}{z}\right)f_{2m}. \qquad (9)$$



Фиг. 1

Здесь $f_{2m}$ — некоторая функция от $m$, $\delta$. Вычисления по формуле (9) весьма облегчены тем, что значения функций $f_{2m}$ табулированы в работе [18] для всего практически необходимого диапазона радиальных расстояний $0 \leqslant \delta \leqslant 1$. Тем не менее получающиеся при этом ряды начинают медленно сходиться при уменьшении расстояния $z$. Например, расчет поля по формуле (9) для случая $a = 10$ *мм*, $\lambda = 0{,}5$ *мм* ($ka = 125$) становится затруднительным уже при $z \leqslant 800$ *мм*, в то время как наибольший интерес представляет поле на значительно меньших расстояниях от излучателя.

Более быстро сходящееся выражение для потенциала скорости получено Элродом [20], однако использование его результатов также сопряжено с большими трудностями при расчете поля вблизи излучателя.

Штенцель [21], исходя из разложения потенциала по сферическим функциям (см., например, [22] и далее [23]), получил весьма точные ряды для давления в ближнем поле излучателя, однако вычисления при этом проводились по-разному в различных областях поля; его монография [24] содержит также богатый иллюстративный материал по структуре ближнего поля излучателя.

Секи, Гранато и Труэл [25], вычисляя интеграл (4) с помощью рядов Ломмеля [26, 27] для $x < a$, приводят следующее выражение для безразмерного давления в ближнем поле:

$$P(x,\,z,\,t) = (X^2 + Y^2)\cos\,[kct - kz - \gamma],$$

где

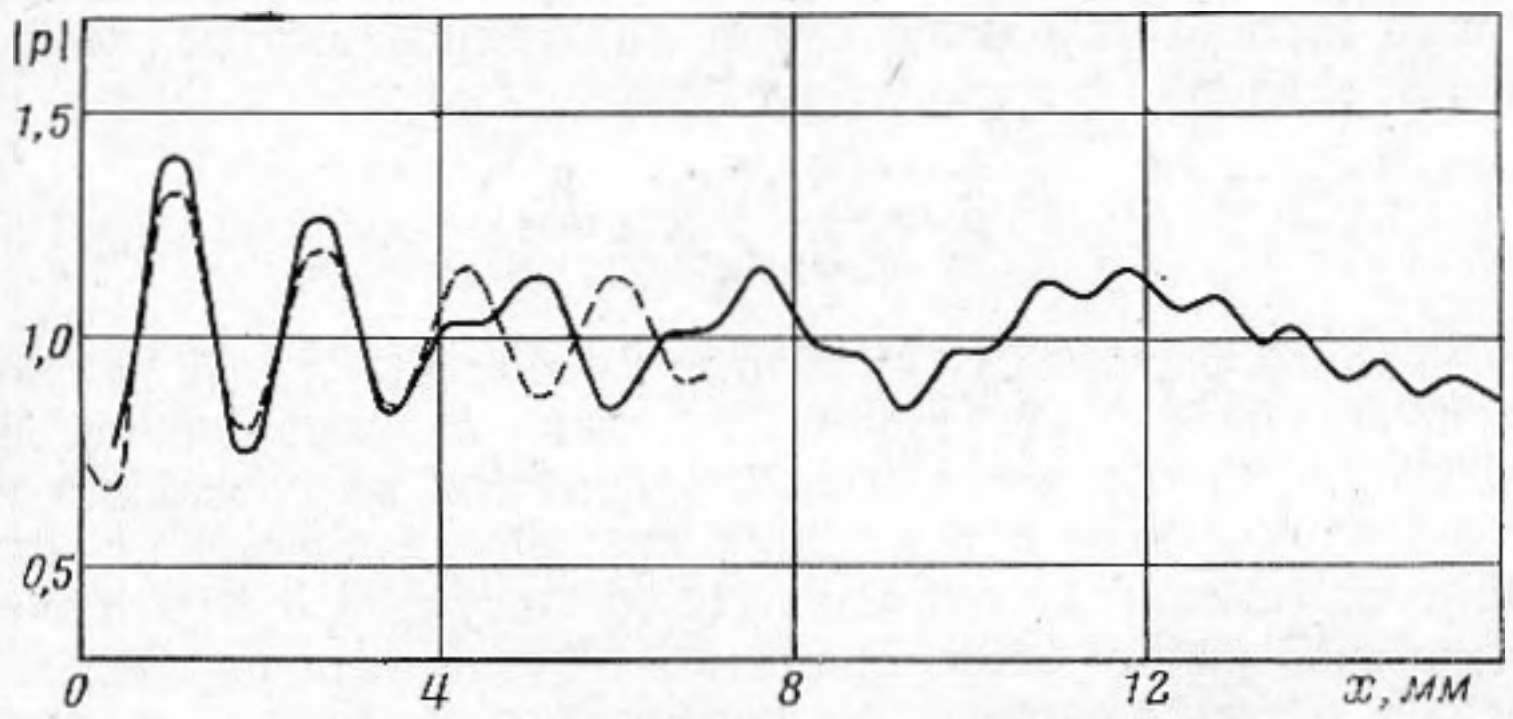
$$X = V_0\cos\frac{k(x^2+a^2)}{2z} + V_1\sin\frac{k(x^2+a^2)}{2z} + 1, \qquad (10)$$

$$Y = V_0\sin\frac{k(x^2+a^2)}{2z} - V_1\cos\frac{k(x^2+a^2)}{2z}, \quad \gamma = \operatorname{arctg} Y/X;$$

$$V_0 = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{x}{a}\right)^{2n} J_{2n}\left(\frac{kax}{z}\right);$$

$$V_1 = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{x}{a}\right)^{2n-1} J_{2n-1}\left(\frac{kax}{z}\right).$$

Радиальное распределение амплитуды давления, вычисленное ими для различных расстояний $s = z\lambda / a^2$ от излучателя по формуле (10), приведено на фиг. 1; кривые *1—10* соответствуют расстояниям $s = 0{,}74$; 0,84; 0,93; 1,02; 1,11; 1,21; 1,30; 1,39; 1,48 и 1,58. Расчет выполнен для случая $a = 6$ *мм*, $\lambda = 0{,}167$ *мм*, $c = 5 \cdot 10^5$ *см/сек* ($ka = 226$) *; расстояние между горизонтальными осями соответствует масштабу $p / p_0 = 2$, где $p_0$ — давление плоской волны. Отметим, что рассмотренные сечения поля




Фиг. 2

охватывают лишь область вблизи последнего осевого максимума; для сечений, соответствующих осевым минимумам (например, $s = 0{,}5$) при $x = 0$, $p / p_0 = 0$.

Результаты, хорошо согласующиеся с расчетами по методу Ломмеля, получены также в работе Торикаи [28], в которой автор преобразовал выражение (4) в ряд линейных интегралов от тригонометрических функций. Заимствованное из работы [28] распределение давления в плоскости $z = 120$ *мм* для случая $a = 16$ *мм*, $\lambda = 0{,}217$ *мм* ($s = 0{,}1$), представленное на фиг. 2, является прекрасной иллюстрацией сложной структуры ближнего поля излучателя. Пунктирная кривая соответствует вычислению по приближенной формуле Шоха (7).

Наконец, аналитическое выражение для поля излучателя может быть получено и непосредственно из волнового уравнения, например, путем разложения потенциала по степенным рядам цилиндрической координаты $r$. Подстановка такого разложения в волновое уравнение и решение его совместно с граничными условиями дает искомый результат. Этим методом Вильямс и Лабау [29] получили весьма простое выражение, удовлетворительно описывающее поле излучателя на достаточно больших расстояниях. Квинт [30], используя в методе Вильямса приближения более высокого порядка, получил ряд формул для потенциала в областях поля $z = 0$, $0 \leqslant z \leqslant a / 2$ и $z \geqslant a$.

Рассмотренные выше результаты относятся к полю излучателей с цилиндрической симметрией. Ближнее поле прямоугольных поршневых излучателей подробно исследовал Штенцель [31] (см. также 2-е изд. [24]) и Фридман [32]. Здесь мы заметим только, что полная симметрия вращения для круглого излучателя приводит к существенно большим неоднород-

* Строго говоря, эти расчеты соответствуют полю в жидкости, хотя авторы здесь использовали параметры твердого тела.

ностям давления на оси по сравнению с полем прямоугольника. В качестве примера на фиг. 3 приведена рассчитанная Штенцелем зависимость для давления на оси квадратного излучателя. Пунктирная кривая соответствует давлению круглого излучателя, диаметр которого равен стороне квадрата. В случае прямоугольника с отношением сторон, не равным единице, предельные изменения давления становятся еще меньше.

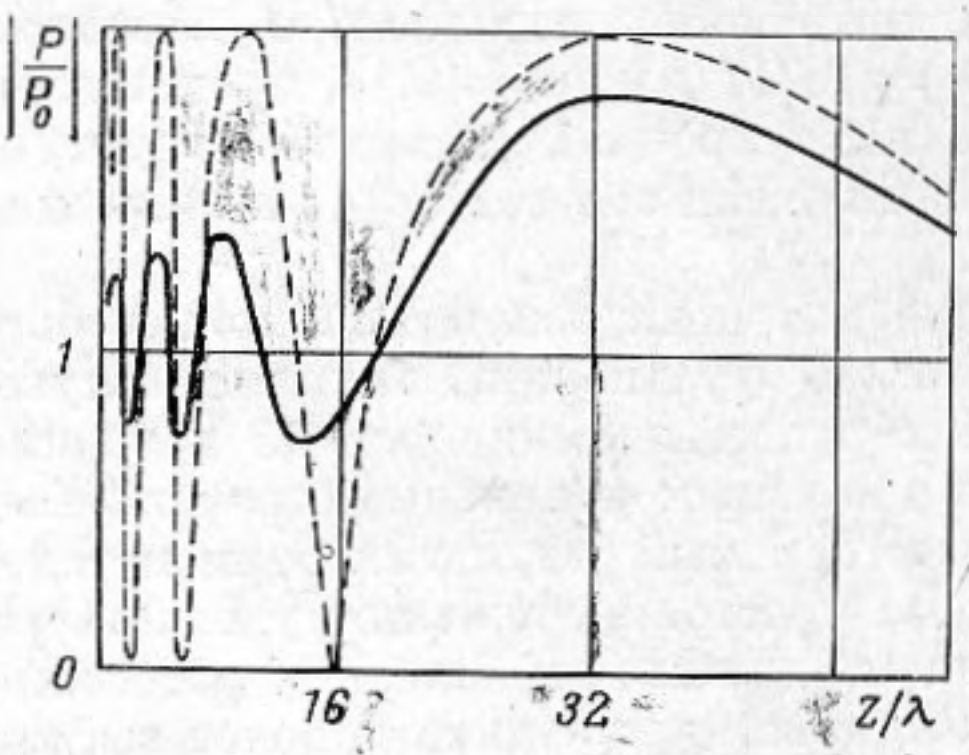
### Давление на приемном преобразователе

Пусть на некотором расстоянии $z$ от излучателя коаксиально с ним расположен приемный преобразователь радиуса $b$, не взаимодействующий с полем излучателя, т. е. последнее остается неизменным в присутствии приемника. Это условие может быть выполнено, например, в измерениях импульсным методом, причем длительность импульса должна быть достаточно большой для обеспечения монохроматичности, но меньшей, чем удвоенное время распространения между излучателем и приемником. Среднее давление обычно находится путем интегрирования по всей площади приемника $S_1$ давления в произвольной точке поля:

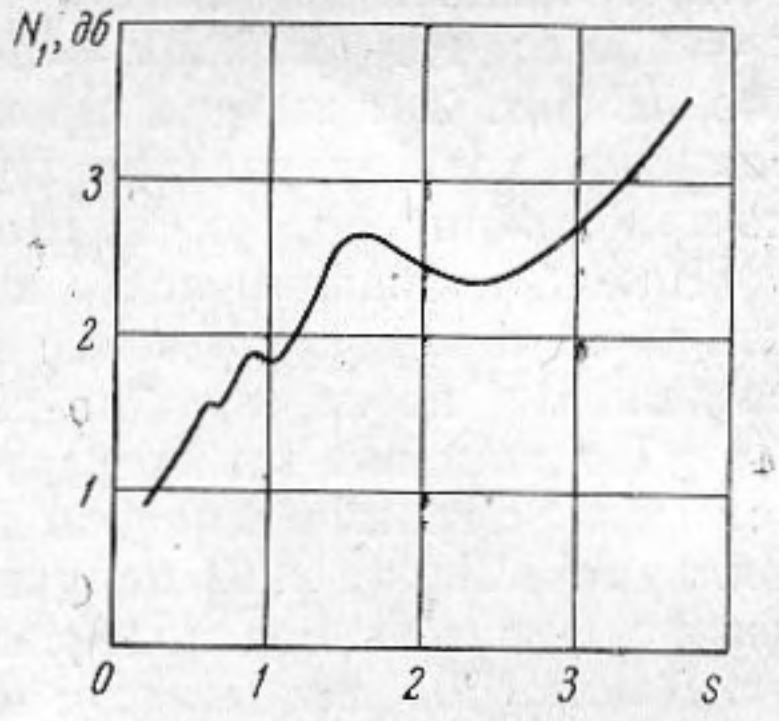
$$\bar{p} = \frac{1}{S_1} \int\int_{S_1} p_A \, dS_1 \qquad (11)$$

Впервые такой расчет был выполнен в работе [33], где использовались разложения Ломмеля и его таблицы. Однако применение последних, составленных с большими интервалами аргумента, не позволило полностью выявить все особенности в поведении среднего давления от расстояния, хотя и наметило общие закономерности для случаев $b = a$ и $b = {}^1/_3 a$.

В упомянутой работе Секи, Гранато и Труэла интегрирование (11) для случая $b = a$ осуществлялось графическим методом с использованием выражения (10). Графический метод несколько снизил точность вычислений, однако оказался достаточным для выявления характерных осцилляций в амплитуде среднего давления при изменении расстояния между преобразователями. На фиг. 4 приведена полученная в работе [25] выраженная в децибелах зависимость отношения $N_1$ давления на приемнике к первоначальному давлению у излучателя в функции от приведенного расстояния $s = z\lambda / a^2$. Указанная зависимость имеет характерные осцил-




Фиг. 3




Фиг. 4

ляции с явно выраженными максимумами и минимумами, что позволило впервые объяснить неэкспоненциальное уменьшение амплитуды сигнала с расстоянием при измерении малых коэффициентов поглощения. Получила также объяснение и вероятность измерения даже «отрицательного» поглощения на некоторых расстояниях (например, в интервале от $s = 1{,}7$ до $s = 2{,}3$). Наконец, и это главное, найденная зависимость дала возможность количественно оценить и учесть дифракционные поправки при измерении поглощения.

Однако использование техники графического интегрирования для исследования дифракционных эффектов обладает очевидными недостатками. В рамках такого подхода весьма трудно получить количественные поправки в функции от частоты ультразвука, размеров преобразователей и расстояния между ними.

Аналитическое выражение для среднего давления на приемнике произвольного размера было получено в работе [34]. При интегрировании (11) здесь также были использованы разложения Ломмеля для вычисления интеграла (4), и окончательное выражение получено в виде

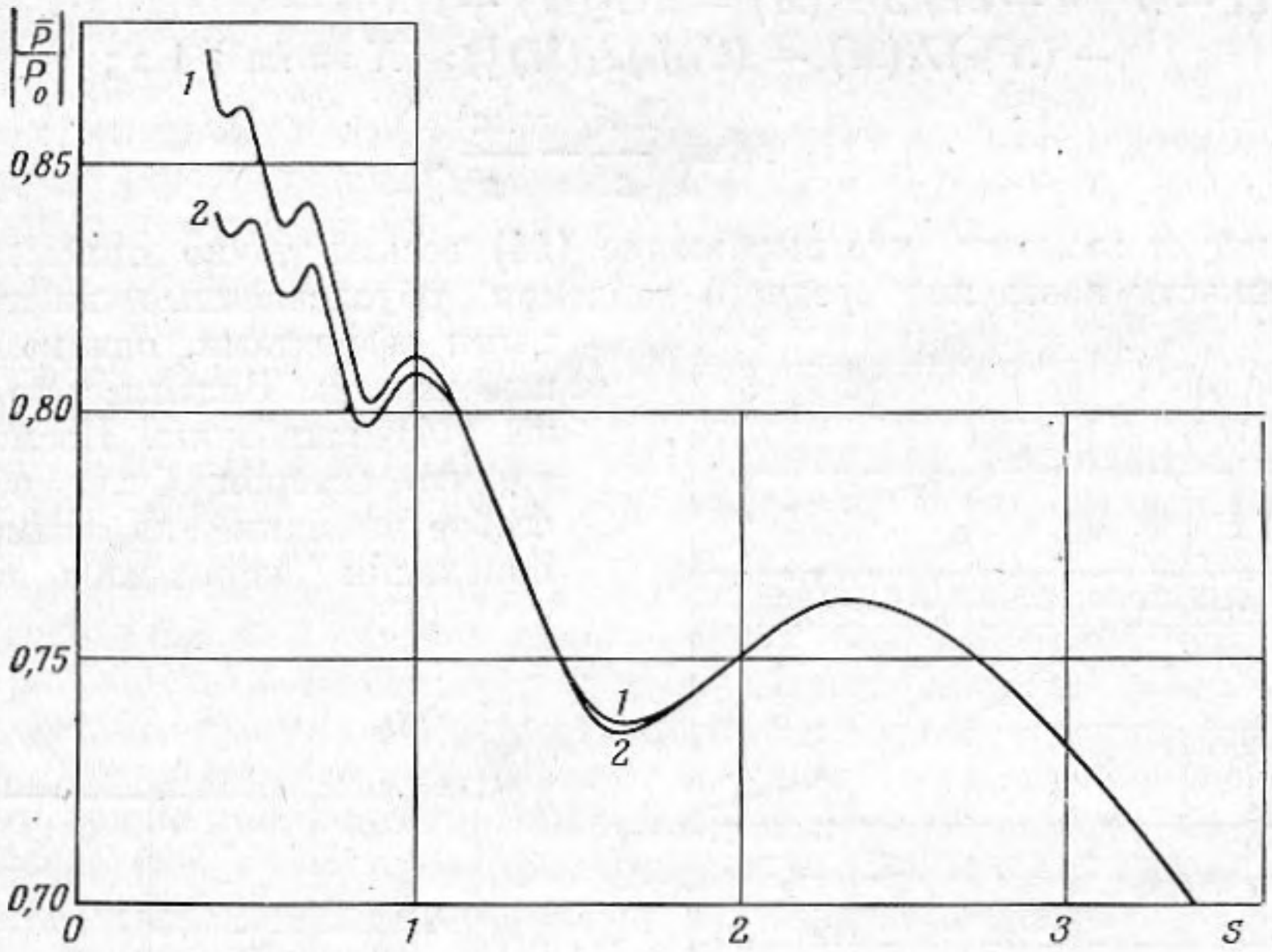
$$\bar{p} = p_0 - p_0 \frac{\lambda z}{\pi b^2} e^{-ik\left(\frac{a^2}{2z}+\frac{b^2}{2z}-\frac{a^2b^2}{4z^3}\right)} \left[\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(2n+1)J_{2n+1}\left(\frac{kab}{z}\right)\left(\frac{b}{a}\right)^{2n+1} + \right.$$

$$\left. + i\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n(2n+2)J_{2n+2}\left(\frac{kab}{z}\right)\left(\frac{b}{a}\right)^{2n+2}\right] = p_0 - p_{\text{диф}}, \qquad (12)$$

где

$$p_0 = \rho c v_0 \exp[i(\omega t - kz)].$$

Полное среднее давление на приемнике представляется здесь в виде двух слагаемых, сдвинутых друг относительно друга по фазе: первое слагаемое эквивалентно плоской волне, появление же второго обусловлено дифракционными эффектами. С изменением расстояния при постоянных размерах преобразователей изменяется как амплитуда второго члена, так и сдвиг фаз. В то же время при небольших расстояниях между преобразователями




Фиг. 5

на достаточно высоких частотах первое слагаемое существенно превышает второе, что позволяет в некоторых случаях принять среднее давление на приемнике близким к давлению в плоской волне; такой результат был получен Ржевкиным [35] при графическом интегрировании картин ближнего поля, рассчитанных Штенцелем.

Изменение модуля среднего давления на приемнике в функции от обобщенного расстояния, рассчитанное по формуле (12) для случая $b = a = 10$ *мм*, представлена на фиг. 5. Кривая *1* соответствует значению

$ka \geqslant 400$, кривая $2 - ka = 60$ ($a = b = 15$ *мм*). На фиг. 6 приведена та же зависимость для $a = 10$ *мм*, $ka = 40$ при $b = 0$; 0,5 $a$; $a$ и 1,5 $a$ (кривые *1—4*).

Отметим, что приближения, принятые при выводе выражения (12), выполняются тем лучше, чем больше $z$ по сравнению с $a$ и $b$. При малых $z$ эти приближения перестают выполняться и, вероятно, зависимость $\bar{p} = \bar{p}(z, a, b)$ изменится. С этим обстоятельством, по-видимому, пришлось столкнуться и в работе [25] при вычислении среднего давления для различных значений $ka$; при этом для $ka = 100$, 200 и 1000 были получены совпадающие (в пределах графической точности) результаты, тогда как вычисления для $ka = 50$ при небольших расстояниях дали несколько отличную, хотя и аналогичную, зависимость.

Другой подход к задаче о вычислении интеграла (11) связан с применением формулы Кинга (5). Усреднение выражения (5) по площади приемника, имеющего одинаковые размеры с излучателем, впервые было выполнено Вильямсом [36]. Строгий результат этих вычислений для среднего давления может быть написан в виде

$$\bar{p} = \rho c v_0 e^{-ikz} - \frac{4\rho c v_0}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left[-ik\left(z^2 + 4a^2\cos^2\theta\right)^{1/2}\right] \sin^2\theta \, d\theta. \qquad (13)$$

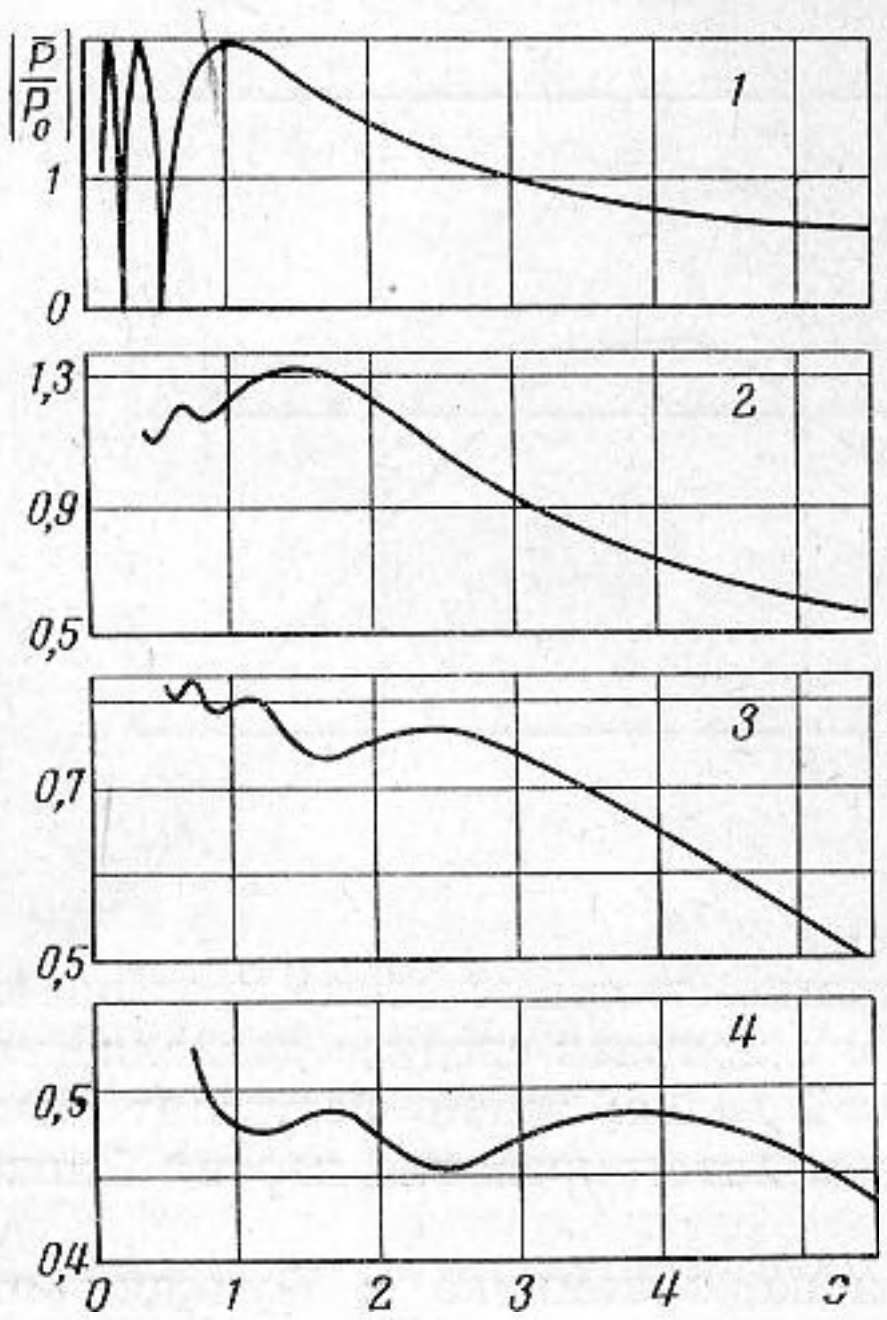
Разложив показатель экспоненты в биномиальный ряд, автор [36] получил следующее выражение, справедливое при условиях

$$4ka \,/\, (z/a)^5 \ll 2\pi \text{ и } ka^4 \,/\, (4z^3) < 0{,}25:$$

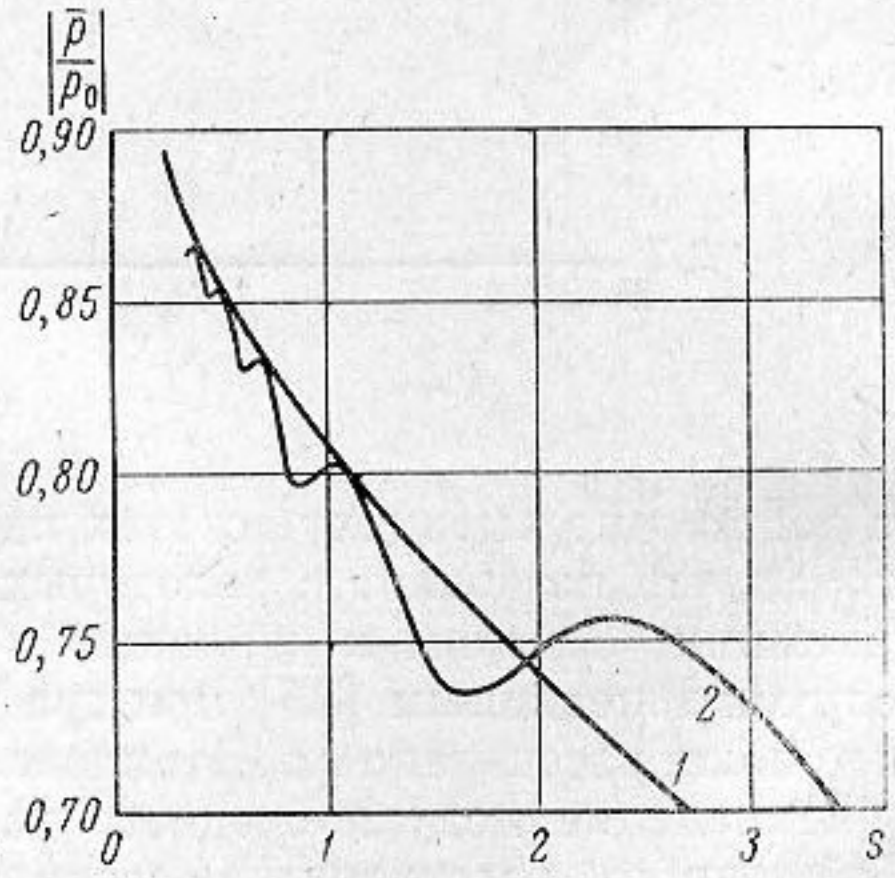
$$\bar{p} = \rho c v_0 e^{-ikz}\{1 - [\exp(-iM - iN)][(1 - N^2/4) J_0(M) + i(1 - N^2/4 + iN/2) J_1(M) - iN J_2(M) + i(N^2/8 - iN/2) J_3(M) - (N^2/4) J_4(M) - (iN^2/8) J_5(M)]\}; \quad N \equiv ka^4 / 4z^3; \qquad (14)$$

$$M \equiv \frac{ka^2}{z} - \frac{ka^4}{z^3}.$$

Следует заметить, что выражение (14) весьма точно описывает все особенности поведения среднего давления, обусловленные дифракционными эффектами, однако численные расчеты Вильямса по формуле (14) ошибочны. Несмотря на то, что автором было обращено особое внимание на возможность появления каких-либо осцилля-




Фиг. 6




Фиг. 7

ций среднего давления, численный результат оказался монотонной функцией расстояния, правильно описывающей лишь общий дифракционный спад порядка 1 *дб* на интервал $a^2/\lambda$ (фиг. 7, кривая *1*). Рассчитанное нами по формуле (14) среднее давление для случая $f = 3$ *Мгц*, $a = 10$ *мм*, $\lambda = 0{,}5$ *мм* представлено на фиг. 7 кривой *2*. Полученная зависимость находится в прекрасном согласии с результатами расчета для этих же условий по формуле (12).

Дальнейшее развитие этот метод получил в работе Басса [37], который использовал результаты Вильямса в формуле (13). Разложив экспоненту подынтегрального выражения по степеням малого параметра $\xi/ka$, где $\xi = (k/2)\left[(z^2+4a^2)^{1/2} - z\right]$, и ограничиваясь первыми членами разложения, Басс получил окончательную формулу, справедливую для $z > a$:

$$\bar{p} = \rho c v_0 e^{-ikz}\left\{1 - \left(1 - \frac{\xi^2}{2k^2a^2}\right)\left[J_0(\xi) + iJ_1(\xi)\right]e^{-i\xi} - \right.$$
$$\left. - \frac{\xi^2}{k^2a^2}\left[iJ_1(\xi)/\xi\right]e^{-i\xi}\right\}. \qquad (15)$$

Различия в зависимостях для среднего давления от расстояния, вычисленных Бассом для $ka = 50$ и $ka \to \infty$, не превышают 0,5% в интервале $s < 1$; далее обе кривые совпадают. Эти зависимости полностью подобны кривой *2* на фиг. 7.

Несколько иным путем получено решение (11) в работе Тьядена [38], которому удалось усреднить выражение (4) по поверхности приемника $b = a$ для случая $z > 10\,a$:

$$\bar{p} = \rho c v_0 e^{-ikz}\left\{1 - e^{-i\frac{ka^2}{z}}\left[J_0\left(\frac{ka^2}{z}\right) + iJ_1\left(\frac{ka^2}{z}\right)\right]\right\}. \qquad (16)$$

Заметим, что результат Тьядена может быть получен из более общей формулы Вильямса (14), если в ней положить $M \to ka^2/z$ и $N \to 0$.

Естественно, что все рассмотренные соотношения для среднего давления тем более справедливы и для дальнего поля. Однако в этом случае флюктуациями фазы на приемнике можно пренебречь в самом начале, что существенно упрощает весь расчет. Такие вычисления среднего давления для дальнего поля с различной степенью обоснованности приближений были проведены в работах [39—41]. Впервые же поправки на дифракцию при измерении поглощения в дальнем поле исследовали и применяли Пинкертон [42] и Лэмб [43].

Все рассмотренные зависимости $\bar{p} = \bar{p}(z)$, рассчитанные различными методами, совпадают между собой лишь начиная с некоторого расстояния $z$. Вблизи же излучателя поведение кривых, вычисленных по формулам (12), (14) и (15), заметно расходится. Поскольку все полученные соотношения являются не строгими, оценить возникающие в приближениях погрешности можно лишь численными методами, проинтегрировав, например, выражение (11) с использованием строгого выражения для потенциала. Однако такого сравнительного анализа для широкого набора параметров пока еще не было проведено.

Сравнение выражений (12) и (15) показывает, что вычисление среднего давления (и, соответственно, дифракционных поправок при измерении поглощения) по формуле (15) оказывается менее трудоемким, чем по формуле (12). Последнее связано с тем, что решение (15) получено разложением по параметру $\xi/ka$, существенно меньшему, чем параметр $ka^2/z$, по которому ведется разложение в формуле (12) (для достаточно больших расстояний $\xi/ka \cong a/z \ll ka^2/z$).

Тем не менее формула (12) обладает и рядом преимуществ. Во-первых, выражение (15) получено из выражения (13) лишь при условии равенства площадей приемного и излучающего преобразователей. В случае

же $b \neq a$ все вычисления для (13) и (15) должны быть переделаны весьма существенно. Во-вторых, выражение (4), являясь аналогом принципа Гюйгенса (не говоря уже о методической стороне), позволяет, не меняя всей логики расчетов, учесть произвольное распределение амплитуд колебательной скорости на поверхности излучателя, а также влияние непараллельности излучателя и приемника. Подход же, связанный с применением интеграла Кинга, не дает возможности проанализировать эти важные для практики случаи.

## Среднее давление в волноводе

Расчет среднего давления на приемном преобразователе, расположенном коаксиально поршневому излучателю в акустическом волноводе, впервые был выполнен Рэдвудом [44, 45]. Дальнейшее развитие этот метод расчета получил в работе Кэрома и Витинга [46]. Результаты, полученные в работе [46], обобщаются также и на рассмотренный выше случай безграничной среды.

Если принять (согласно работе [46]), что радиусы излучателя и приемника, расположенных коаксиально волноводу, равны $a$, а $d$ — радиус волновода, то частное решение уравнения (3) можно искать в виде

$$\varphi(r, z) = GJ_0(\sigma r)\, e^{-ikr}. \tag{17}$$

Здесь $G$ — некоторая константа, $\sigma$ — любое действительное число. Для получения конкретного вида решения (17) необходимо задать граничные условия на поверхности, ограничивающей волновод.

Следуя работе (46), рассмотрим здесь два предельных случая — абсолютно жесткий и абсолютно податливый волновод. Первый из них лучше всего (хотя и не вполне строго) реализуется для жидкой среды, ограниченной металлическими стенками, и математически сводится к требованию равенства нулю колебательной скорости на поверхности волновода:

$$v_r|_{r=d} = -(\operatorname{grad}\varphi)_r|_{r=d} = 0. \tag{18}$$

Второй же случай соответствует твердому телу и сводится к требованию равенства нулю акустического давления на поверхности волновода (в работе [44] рассматривается именно этот случай):

$$p|_{r=d} = \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}\Big|_{r=d} = 0. \tag{19}$$

Подстановка выражения (17) в уравнение (3) с учетом формул (18) или (19) приводит к двум различным решениям. Для среднего давления на приемнике в случае абсолютно жесткого волновода в работе [46] получено следующее выражение:

$$\bar{p} \sim \left[ q^2 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2(x_n q)}{x_n^2 J_0^2(x_n)} \exp\left( \frac{i}{4\pi} x_n^2 q^2 s \right) \right] e^{-ihz}, \tag{20}$$

где $q = a/d$, $s = z\lambda/a^2$, $x_n$ — корень $n$-ой степени функции Бесселя первого порядка. Для абсолютно податливого волновода решение имеет вид

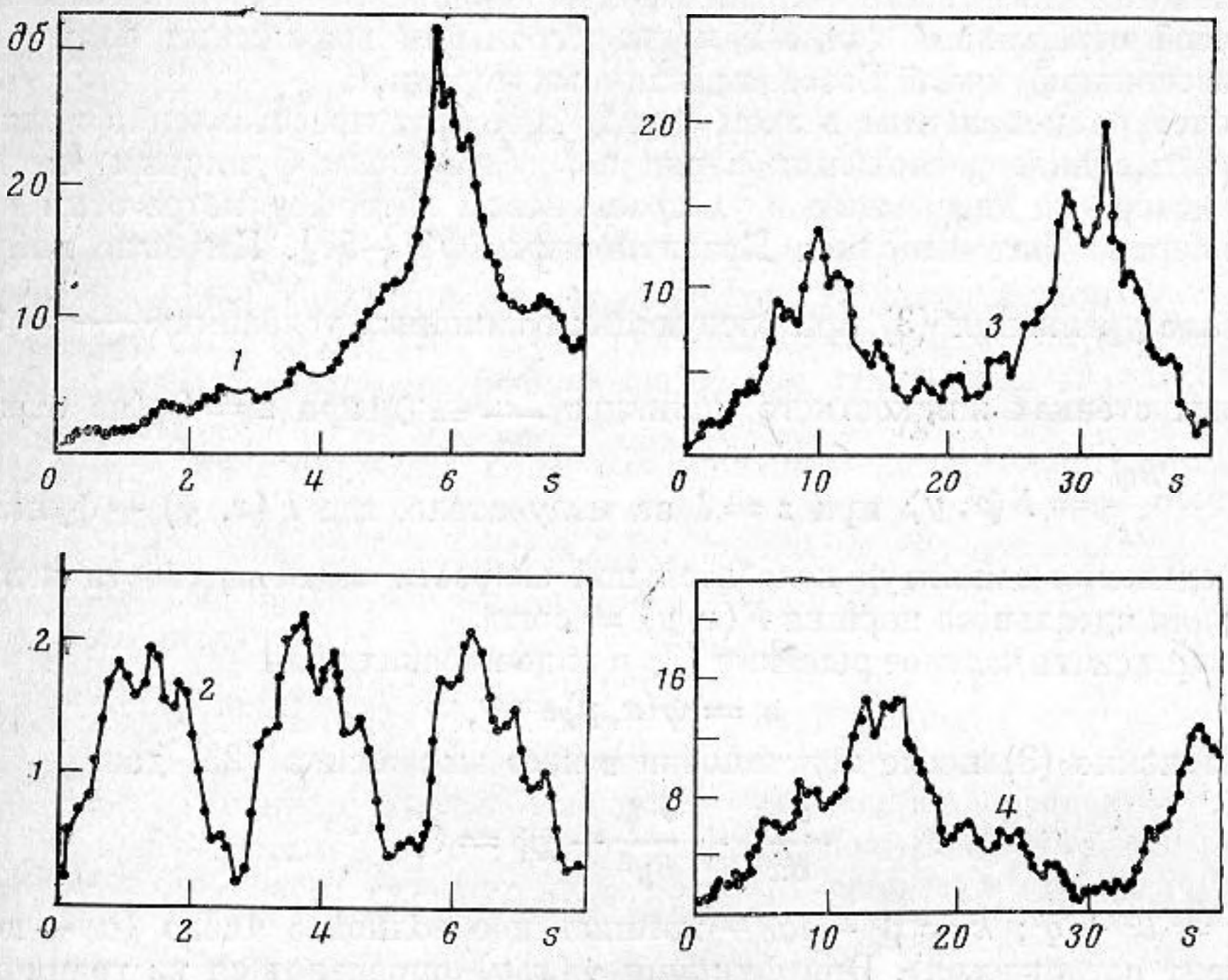
$$\bar{p} \sim \left[ \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_1^2(x_m q)}{x_m^2 J_1^2(x_m)} \exp\left( \frac{i}{4\pi} x_m^2 q^2 s \right) \right] e^{-ihz}, \tag{21}$$

где $x_m$ — корень $m$-й степени функции Бесселя нулевого порядка.

Таким образом, среднее давление и в этом случае находится в виде суммы бесконечного ряда. Однако наличие в знаменателе множителя $x^2$ позволяет ограничиться небольшим числом членов суммы. Интересно отметить, что для жидкостного волновода с абсолютно жесткими стенками

при $a = d$ $(q = 1)$ дифракционные явления теоретически полностью отсутствуют и в волноводе распространяется идеально плоская волна, в то время как для твердого тела при $a = d$ дифракционные явления не исчезают.

Авторами работы [46] были проведены численные расчеты среднего давления по формулам (20) и (21) для различных значений $S$. На фиг. 8




Фиг. 8

приведены результаты этих расчетов; кривые *1* и *2* соответствуют абсолютно жесткому и абсолютно податливому волноводу для $q = {}^2/_3$; кривые *3* и *4* соответствуют значению $q = {}^1/_3$. Сравнение этих зависимостей показывает, что характерные максимумы дифракционного «затухания» в жидкостях, ограниченных металлическим волноводом, могут быть гораздо более существенными, чем в твердых телах.

Естественно ожидать, что в предельном случае $d \to \infty$ выражение (20) должно описывать поведение среднего давления в безграничной среде. Расчеты, выполненные в работе [46], показали, что

$$\lim_{q \to 0} \bar{p} \sim \int_0^\infty \frac{J_1^2(y)}{y} \exp\left(\frac{i}{4\pi} y^2 s\right) dy. \qquad (22)$$

К сожалению, авторам не удалось найти строгого решения интеграла (22), и вычисления были проведены методом численного интегрирования. Получившаяся при этом зависимость среднего давления в функции от расстояния между преобразователями действительно оказалась подобной зависимости, приведенной на фиг. 4.

В работе [46] рассмотрен также и случай прямоугольной симметрии преобразователей и волновода, однако получающиеся при этом выражения слишком громоздки для того, чтобы их здесь приводить. Заметим лишь, что ход решения для цилиндрической и прямоугольной симметрии идентичен, а характер акустического поля в обоих случаях весьма схож.

Все рассмотренные выше соотношения получены при условии, что среднее давление на приемнике обусловлено только падающей волной, при этом многократно отраженные сигналы в среде не принимались во внимание. Однако в ряде случаев, например, в ультразвуковой интерферо-

метрии, используется непрерывный режим излучения, при этом в камере интерферометра устанавливается весьма сложное акустическое поле, характер которого определяется суперпозицией излучаемых и многократно отраженных волн. Тогда для отыскания соответствующих дифракционных поправок необходимо было бы провести суммирование полученных выражений по многократно отраженным сигналам. Однако такой путь оказывается чрезвычайно сложным, так как при расчете давления даже в первой отраженной волне в подынтегральном выражении появляются произведения функций Бесселя различных порядков.

Более рациональным в этом случае является представление поля излучателя в виде разложения в ряд по собственным функциям (модам). Учет потерь на дифракцию в ультразвуковом интерферометре этим методом впервые был выполнен Краснушкиным [47—50]. Им было найдено решение уравнения (3) при следующих граничных условиях: $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$ на боковых стенках жидкостного цилиндра, $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$ при $z = 0$ (на отражатель $\frac{\partial \varphi}{\partial z} = F(x, y)$ при $z = l$ на излучателе, где $F(x, y)$ — функция распределения амплитуд колебательной скорости на поверхности излучателя; для идеального поршня $F(x, y) = \text{const}$.

Если искать частное решение (3) в виде плоских волн

$$\varphi = \psi(x, y) e^{\pm iqz}, \tag{23}$$

то уравнение (3) после подстановки в него выражения (23) дает

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \chi \psi = 0, \tag{24}$$

где $\chi = k^2 + q^2$; $k = \beta_0 - i\alpha_0$ — комплексное волновое число ($\alpha_0$ — коэффициент поглощения). Вид функции $\psi(x, y)$ определяется из граничного условия $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$. Таким образом, задача отыскания решения типа (23) сводится к плоской граничной задаче о колебаниях мембраны (24) со свободными краями, имеющей форму сечения цилиндра (камеры) интерферометра. При этом для данной формы сечения получается дискретный ряд собственных значений $\chi_j$ и соответствующий им ряд собственных функций $\psi_j(x, y)$, а общее решение находится в виде суперпозиции всех типов волн:

$$\varphi = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j(x, y) \left[C_j' e^{iq_j z} + C_j'' e^{-iq_j z}\right]. \tag{25}$$

Если учесть граничные условия и разложить $F(x, y)$ в ряд по собственным функциям $\psi_j$: $F(x, y) = \sum_{j=0}^{\infty} A_j \psi_j(x, y)$, то выражение (25) будет иметь вид:

$$\varphi = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_j \psi_j}{iq_j} \frac{e^{iq_j z} + e^{-iq_j z}}{e^{iq_j l} - e^{-iq_j l}} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_j \psi_j}{q_j} \frac{\cos q_j z}{\sin q_j l}, \tag{26}$$

где $l$ — расстояние между излучателем и рефлектором.

Кривая реакции интерферометра определяется усреднением во времени акустического сигнала на излучателе

$$\frac{dw}{dt} = \int_S \int \rho \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t}\right)_{z=l} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)_{z=l} dS,$$

тогда

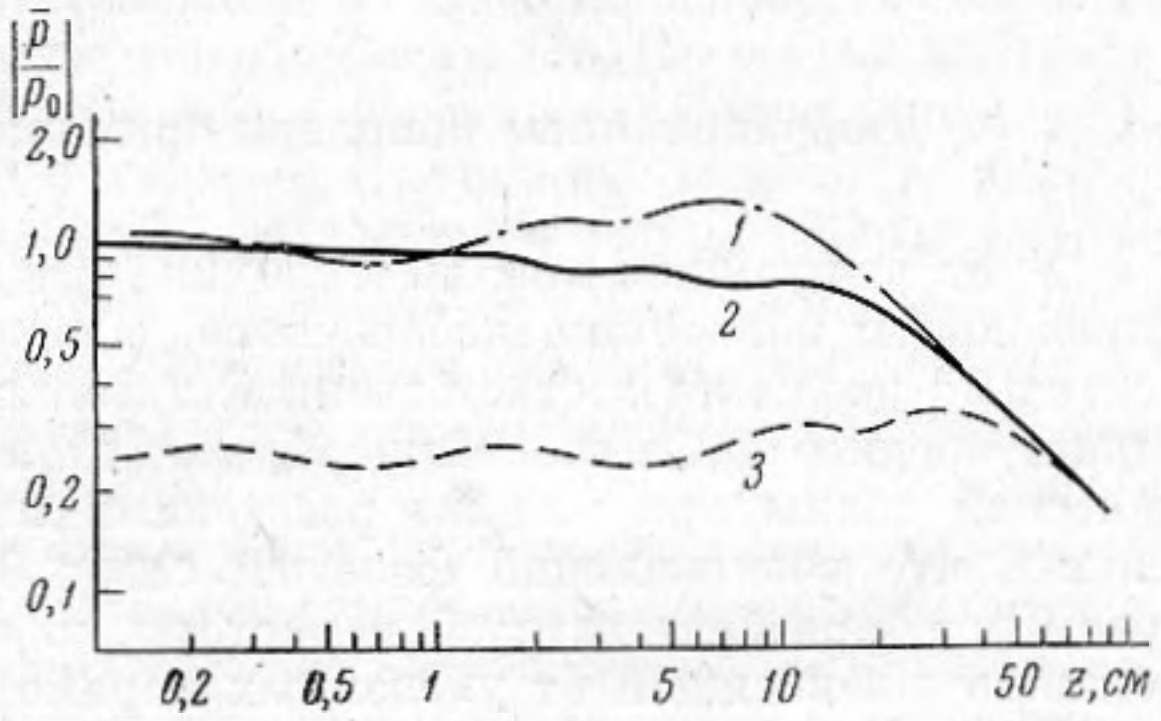
$$\left\langle \frac{dw}{dt} \right\rangle = \frac{1}{2}\rho\omega \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_j^2}{\beta_j^2 + \alpha_j^2} [\beta_j \operatorname{Im}(\operatorname{ctg} q_j l) + \alpha_j \operatorname{Re}(\operatorname{ctg} q_j l)]. \quad (27)$$

В выражении (27) уже фактически полностью включены дифракционные потери. Однако при анализе поведения дифракционного затухания в функции от $z$ автор положил, что эта зависимость хорошо аппроксимируется как $\exp(-2\alpha' l)$, где $\alpha'$ — дифракционный коэффициент затухания. Последнее же привело к тому, что в окончательных выражениях какие-либо осцилляции в зависимости $\bar{p} = \bar{p}(z)$ были упущены, хотя в общем и было получено, что $\bar{p}$ падает с расстоянием примерно как $1/z$ для достаточно больших $z$. Тем не менее следует подчеркнуть, что выражение (27) является первым теоретическим результатом, включившим дифракционные потери в акустических измерениях. Недавно Краснушкин развил дальше свой метод [51, 52] и получил более общие выражения для среднего давления, которые распространяются также и на случай безграничной среды.

Подобное представление поля излучателя в камере ультразвукового интерферометра в виде разложения в ряд по модам колебаний приведено в работе Ржевкина [53]. Автором было показано, что возникающие в камере интерферометра дифракционные эффекты даже для идеального поршневого излучателя могут существенно исказить форму кривой реакции и привести к появлению дифракционных сателлитов. Заметим, что вопрос о дифракционных сателлитах в кривой реакции ультразвукового интерферометра является весьма сложным и недостаточно изученным теоретически. Указанный анализ Ржевкина дает скорее поведение огибающей кривой реакций, а не структуру экстремумов. Возможно, что результаты последних работ Краснушкина позволят решить и эту задачу.

## Численные методы расчета среднего давления

Строгое вычисление потенциала Рэлея (4) методом численного интегрирования на ЭВМ с последующим численным интегрированием (11) для анизотропного твердого тела при $b = a$ проведено Пападакисом в его обстоятельной работе [54]. В частном случае изотропного тела результаты Пападакиса не отличаются от аналогичных зависимостей, приведенных на фиг. 4, фиг. 5 (кривая *1*) и фиг. 7 (кривая *2*). Однако в работе [55] отмечается, что изменение скорости звука в исследуемой среде в два раза (что соответствует удвоению $ka$) приводит к заметному изменению в амплитудах и даже положении характерных осцилляций среднего давления вблизи излучателя. Начиная же с последнего максимума и минимума вся зависимость остается неизменной. К сожалению, все многочисленные вычисления в работе [54] проведены лишь для одного случая $f = 20$ *Мгц*, $c = 5 \cdot 10^5$ *см/сек* и $b = a = 0{,}316$ *см*, что соответствует $ka = 80$, близкому к предельному значению $ka \to \infty$. Это обстоятельство, обусловленное трудоемкостью расчетов (на каждое вычисление для анизотропного тела требуется около




Фиг. 9

10 *час* машинного времени), не позволяет провести сравнительный анализ поведения дифракционных эффектов вблизи излучателя при изменении параметров в широком диапазоне.

Ямада и Фуджи [56], представив подынтегральное выражение (4) в виде рядов функций Ганкеля второго рода, получили строгое выражение для среднего давления на приемнике произвольного радиуса:

$$\bar{p} = \rho c v_0 \pi \gamma^2 a^2 \left[ e^{-ikz} - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \times \right.$$

$$\left. \times \exp \left\{ - ik \left[ a^2 (1 + 2\gamma \cos \beta + \gamma^2) + z^2 \right]^{1/2} \right\} \frac{\sin^2 \beta \, d\beta}{1 + 2\gamma \cos \beta + \gamma^2} \right], \quad (28)$$

где $\gamma = b / a \leqslant 1$. Аналогичное выражение получено ими и для $\gamma > 1$:

$$\bar{p} = \rho c v_0 \pi a^2 \left[ e^{-ikz} - \frac{\gamma^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp \times \right.$$

$$\left. \times \left\{ - ik \left[ a^2 (1 + 2\gamma \cos \beta + \gamma^2) + z^2 \right]^{1/2} \right\} \frac{\sin^2 \beta \, d\beta}{1 + 2\gamma \cos \beta + \gamma^2} \right]. \quad (29)$$

Интересно отметить, что для преобразователей равных размеров ($\gamma = 1$) выражение (28) переходит в строгий результат Вильямса (13).

На фиг. 9 приведены зависимости среднего давления на приемнике от расстояния между преобразователями, вычисленные авторами [56] по формулам (28) и (29) для случая $a = 2{,}5$ *см*, $ka = 12{,}5$; кривые 1—3 соответствуют $\gamma = 0{,}5$; 1,0 и 2,0. Положение и общее поведение характерных экстремумов среднего давления хорошо согласуются с зависимостями, приведенными на фиг. 6, однако весьма сжатый масштаб изображения и отсутствие численных таблиц не позволяют сделать более общих выводов.

Эти же авторы [57] (см. также работу [58]) ранее получили строгие выражения для среднего давления на приемнике произвольного размера в случае прямоугольных преобразователей. Вычисленная ими зависимость для квадратных преобразователей при $\gamma = 1$ и $ka = 12{,}5$ подобна соответствующей кривой на фиг. 9, в то время как зависимость для $ka = 2{,}5$ отлична от последней и не имеет каких-либо осцилляций.

## Дифракционные поправки при измерении скорости звука

Учет дифракции при вычислении среднего давления на приемнике приводит к появлению добавочного давления, сдвинутого по фазе относительно давления соответственной идеально плоской волны. Результирующее среднее давление также будет отличаться по фазе от давления плоской волны при том же расстоянии между преобразователями. Очевидно, что возникающий фазовый сдвиг $\theta$ будет функцией расстояния, размеров преобразователей и частоты, т. е. измеряемая скорость звука окажется зависящей от указанных параметров ($\Delta\theta = 2\pi\Delta\lambda / \lambda$).

Секи, Гранато и Труэл провели вычисление радиального распределения фазы давления на приемнике по формуле (10) для различных расстояний от излучателя. При этом было показано, что в интервале от $S = 0{,}74$ до $S = 1{,}58$ максимальное изменение фазы по радиусу приемника не превышает $\lambda / 5$ и уменьшается с увеличением расстояния. Усреднение фазы по поверхности приемника позволило бы получить отклонение фазы результирующего среднего давления от фазы соответственной плоской волны:

$$\Delta\Theta = (\omega t - kz - \langle\gamma\rangle) - (\omega t - kz),$$

где $$\langle\gamma\rangle = \operatorname{arctg}\left[\int Y\,dS\right]/\left[\int X\,dS\right],$$

однако таких расчетов в работе (25) проведено не было.

Впервые, по-видимому, на это обстоятельство было обращено внимание в работе Брэдфилда и Гудвина [59], которым удалось рассчитать зависимость фазы среднего давления от обобщенного расстояния между преобразователями. Результаты этих расчетов, справедливые для $2a > 20\lambda$, приведены в табл. 1. Полученные данные показывают, что характерные дифракционные осцилляции фазы и модуля среднего давления в зависимости от расстояния сходны, хотя и не совпадают по положению.

Таблица 1

| $z\lambda/a^2$ | $\gamma^0$ | $z\lambda/a^2$ | $\gamma^0$ | $z\lambda/a^2$ | $\gamma^0$ | $z\lambda/a^2$ | $\gamma^0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,000 | 90,000 | 0,7 | 77,087 | 1,443 | 69,432 (min) | 3,2 | 51,298 |
| 0,2 | 83,591 | 0,8 | 75,486 | 1,6 | 69,588 | 3,4 | 48,852 |
| 0,3 | 81,986 | 0,826 | 75,434 (min) | 1,640 | 69,604 (max) | 3,6 | 46,584 |
| 0,4 | 80,779 | 0,894 | 75,527 (max) | 1,8 | 69,250 | 3,8 | 44,484 |
| 0,448 | 79,772 (min) | 0,9 | 75,525 | 2,0 | 67,751 | 4,0 | 42,542 |
| 0,469 | 79,916 (max) | 1,0 | 74,759 | 2,2 | 65,383 | 5,0 | 34,768 |
| 0,5 | 79,589 | 1,1 | 72,920 | 2,4 | 62,573 | 6,0 | 29,295 |
| 0,581 | 78,206 (min) | 1,2 | 71,084 | 2,6 | 59,624 | 8,0 | 22,206 |
| 0,6 | 78,242 | 1,4 | 69,464 | 2,8 | 56,711 | 10,0 | 17,850 |
| 0,616 | 78,267 (max) | | | 3,0 | 53,922 | | |

Таблица 2

| $f$, *Мгц* | Интервал измерения, *мм* | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0—25 | 0—75 | 0—250 | 25—75 | 25—250 | 75—250 |
| 16 | $2{,}82\cdot10^{-2}$ | $1{,}78\cdot10^{-2}$ | $1{,}09\cdot10^{-2}$ | $1{,}26\cdot10^{-2}$ | $9{,}00\cdot10^{-3}$ | $7{,}90\cdot10^{-3}$ |
| 39 | $7{,}20\cdot10^{-3}$ | $4{,}38\cdot10^{-3}$ | $2{,}48\cdot10^{-3}$ | $2{,}98\cdot10^{-3}$ | $1{,}95\cdot10^{-3}$ | $1{,}66\cdot10^{-3}$ |
| 56 | $4{,}15\cdot10^{-3}$ | $2{,}45\cdot10^{-3}$ | $1{,}43\cdot10^{-3}$ | $1{,}67\cdot10^{-3}$ | $1{,}13\cdot10^{-3}$ | $9{,}75\cdot10^{-4}$ |

Аналогичные расчеты были выполнены Лордом [60], который получил зависимость дифракционной поправки к фазовой скорости звука в функции от длины волны, размера преобразователей ($b = a$) и интервала измерения. Кроме того, автором была рассчитана также поправка на дифракцию и для импульсного режима (групповая скорость), знак которой оказался отрицательным. Результаты расчета автора работы [60] представлены в табл. 2 и 3. В табл. 2 приведены значения дифракционной поправки $\Delta c / c_0$, выраженной в процентах от фазовой скорости идеально плоской волны, для различных частот и интервалов измерения; расчет соответствует случаю $2a = 2b = 12{,}5$ *мм*, $c_0 = 5{,}97\cdot10^5$ *см/сек*. Результаты расчета указанной поправки в функции от диаметра преобразователей содержатся в табл. 3. Полученные данные показывают, что $\Delta c / c_0$ для фазовой скорости уменьшается с увеличением пройденного расстояния и частоты; кроме того, $\Delta c / c_0$ уменьшается также с сокращением интервала измерения при неизменном предельном расстоянии. Однако данные табл. 3 дают уменьшение $\Delta c / c_0$ при уменьшении размеров преобразователей, что, очевидно, не соответствует общим физическим представлениям. Уменьшение дифракционной поправки к скорости звука при уменьшении размеров преобразователей объясняется автором как следствие предельной зависимости $\Delta c \to 0$ при $\lambda / a^2 \to \infty$. Действительно, для излучателя и приемника бесконечно малых размеров измеряемое значение скорости точно соответствует скорости звука идеально плоских волн, чему имеется прекрасное экспериментальное подтверждение [61].

Тем не менее ссылку на предельный переход $a \to 0$, по-видимому, нельзя признать правомочной для апертур конечных размеров, удовлетворяющих приближению Кирхгофа [62, 63]. К сожалению, в работе Лорда отсутствуют исходные данные для расчета, что затрудняет анализ найденных поправок в общем виде.

Таблица 3

| Интервал измерения, *мм* | *f*, *Мгц* | Диаметр преобразователей, *мм* | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 12,6 | 7,3 | 4,0 |
| 0—25 | 16 | $2{,}82 \cdot 10^{-2}$ | $1{,}78 \cdot 10^{-2}$ | $1{,}09 \cdot 10^{-2}$ |
| | 39 | $7{,}20 \cdot 10^{-3}$ | $4{,}38 \cdot 10^{-3}$ | $2{,}48 \cdot 10^{-3}$ |
| | 56 | $4{,}15 \cdot 10^{-3}$ | $2{,}45 \cdot 10^{-3}$ | $1{,}43 \cdot 10^{-3}$ |
| | | 22,0 | 12,6 | 7,0 |
| 0—75 | 16 | $2{,}82 \cdot 10^{-2}$ | $1{,}78 \cdot 10^{-2}$ | $1{,}09 \cdot 10^{-2}$ |
| | 39 | $7{,}20 \cdot 10^{-3}$ | $4{,}38 \cdot 10^{-3}$ | $2{,}98 \cdot 10^{-3}$ |
| | 56 | $4{,}15 \cdot 10^{-3}$ | $2{,}98 \cdot 10^{-3}$ | $1{,}43 \cdot 10^{-3}$ |
| | | 40,0 | 23,1 | 12,6 |
| 0—250 | 16 | $2{,}82 \cdot 10^{-2}$ | $1{,}78 \cdot 10^{-2}$ | $1{,}09 \cdot 10^{-2}$ |
| | 39 | $7{,}20 \cdot 10^{-3}$ | $4{,}38 \cdot 10^{-3}$ | $2{,}48 \cdot 10^{-3}$ |
| | 56 | $4{,}15 \cdot 10^{-3}$ | $2{,}45 \cdot 10^{-3}$ | $1{,}43 \cdot 10^{-3}$ |

Строгий расчет фазы среднего давления на приемнике был проведен численным методом Пападакисом [54]. Полученная им зависимость фазового сдвига от расстояния приведена на фиг. 10. Как и следовало ожидать, при $z \to 0$ дифракционный фазовый сдвиг $\theta$ отсутствует и $|\bar{p}| \to \to |p_0|$; при $z \to \infty$ $\theta \to \pi/2$ и $|\bar{p}| \to 0$, так как $|p_{\text{диф}}| \to |p_0|$. Попутно отметим, что эти результаты хорошо согласуются с расчетами, выполненными в работе (59), если вместо угла $\gamma$ в табл. 1 ввести $\theta = 90° - \gamma$.

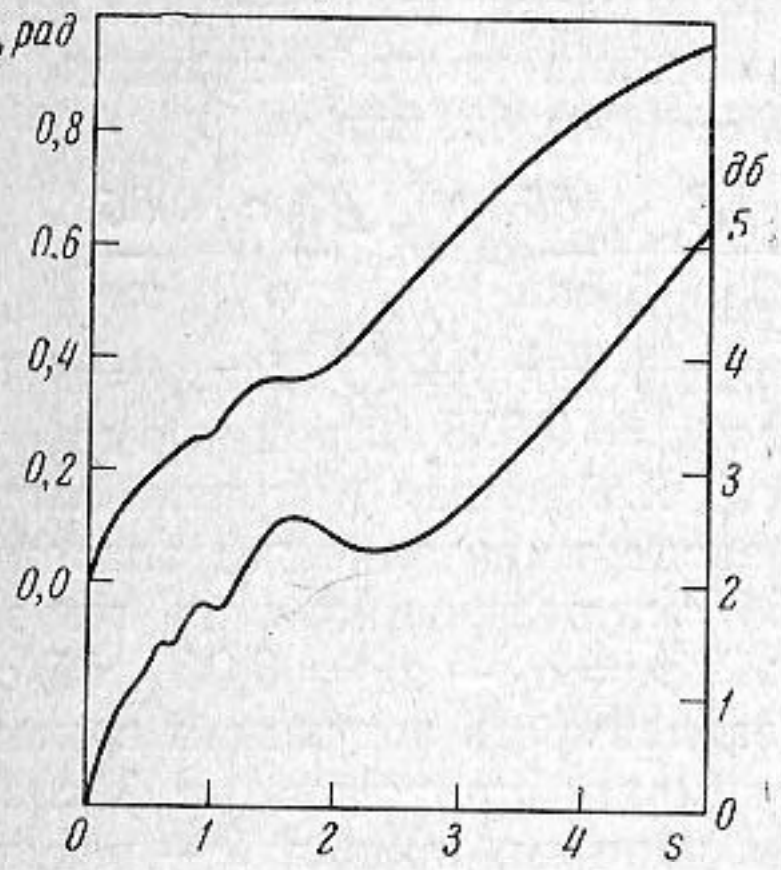
Илгунас [64], используя результаты Басса в формуле (15), получил аналитическую зависимость фазы среднего давления, почти полностью отвечающую кривой на фиг. 10. Исключение составляет лишь начальный участок зависимости при $z \to 0$, которая, строго говоря, должна проходить через начало координат. Однако вблизи излучателя при $z < a$ формула (15) перестает быть справедливой и не может быть использована для отыскания функции $\theta = \theta(z)$.

В работе [34] также получена теоретическая зависимость фазы среднего давления на приемнике от расстояния. Соответствующая этой зависимости поправка к измеряемому значению скорости звука для случая $a = b = 10$ *мм*, $f = 1{,}0$ *Мгц* и $c_0 = 1{,}5 \cdot 10^5$ *см/сек* приведена на фиг. 11. В этой же работе найдена величина поправки к скорости звука как функция отношения диаметра излучателя $D = 2a$ к длине волны при различных интервалах измерения (фиг. 12: кривые *1—5* соответствуют интервалам измерения от 0 до $z = 50$; 100; 150; 200 и 250 *мм*). Полученная поправка увеличивается при увеличении длины волны или при уменьшении диаметра преобразователей.

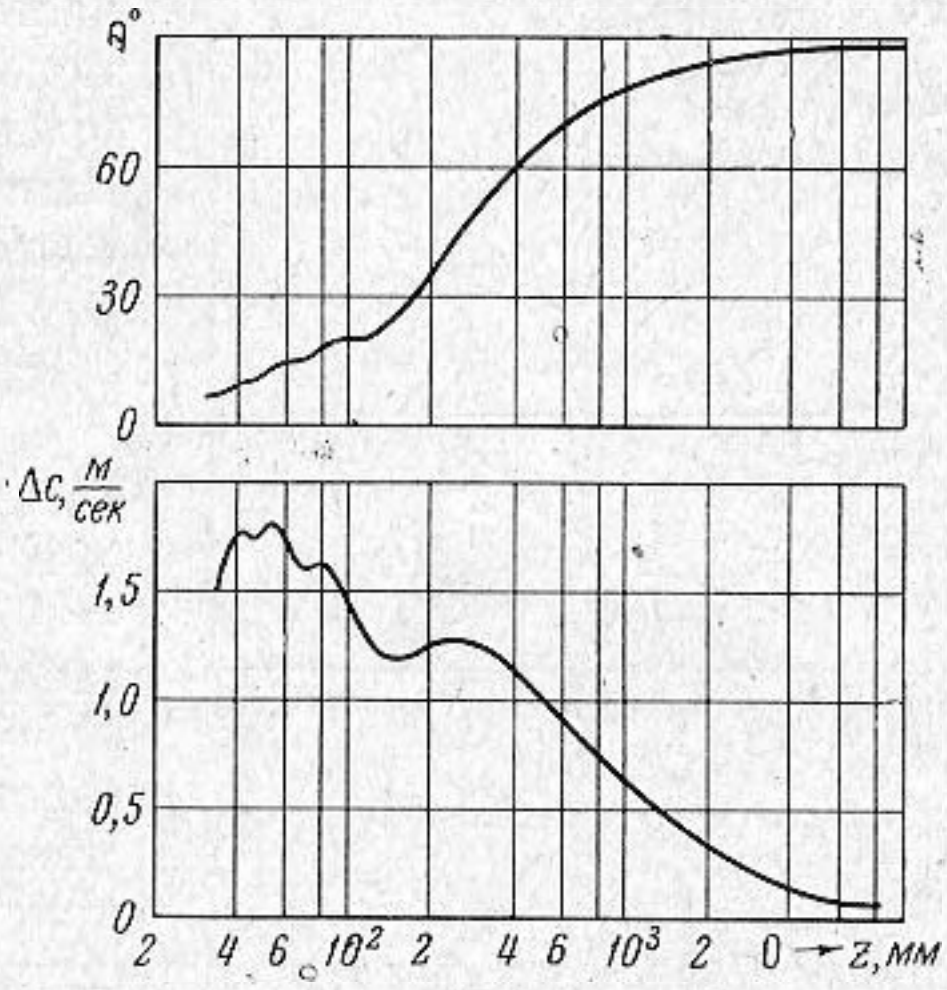
Рассмотренные выше поправки к измеряемому значению фазовой скорости звука получены в предположении, что на приемный преобразователь воздействует только падающая волна. Это условие может быть реализовано, например, в импульсно-фазовых методах измерения скорости звука при точно известном пути прохождения ультразвукового сигнала. Попытки определения аналитической зависимости поправок к скорости

звука для сигналов, многократно отраженных в исследуемой среде, наталкиваются на те же математические трудности, что и при определении среднего давления на излучателе.

Предельным случаем импульсного режима работы (при длительности импульса, стремящейся к бесконечности) является случай ультразвуко-




Фиг. 10



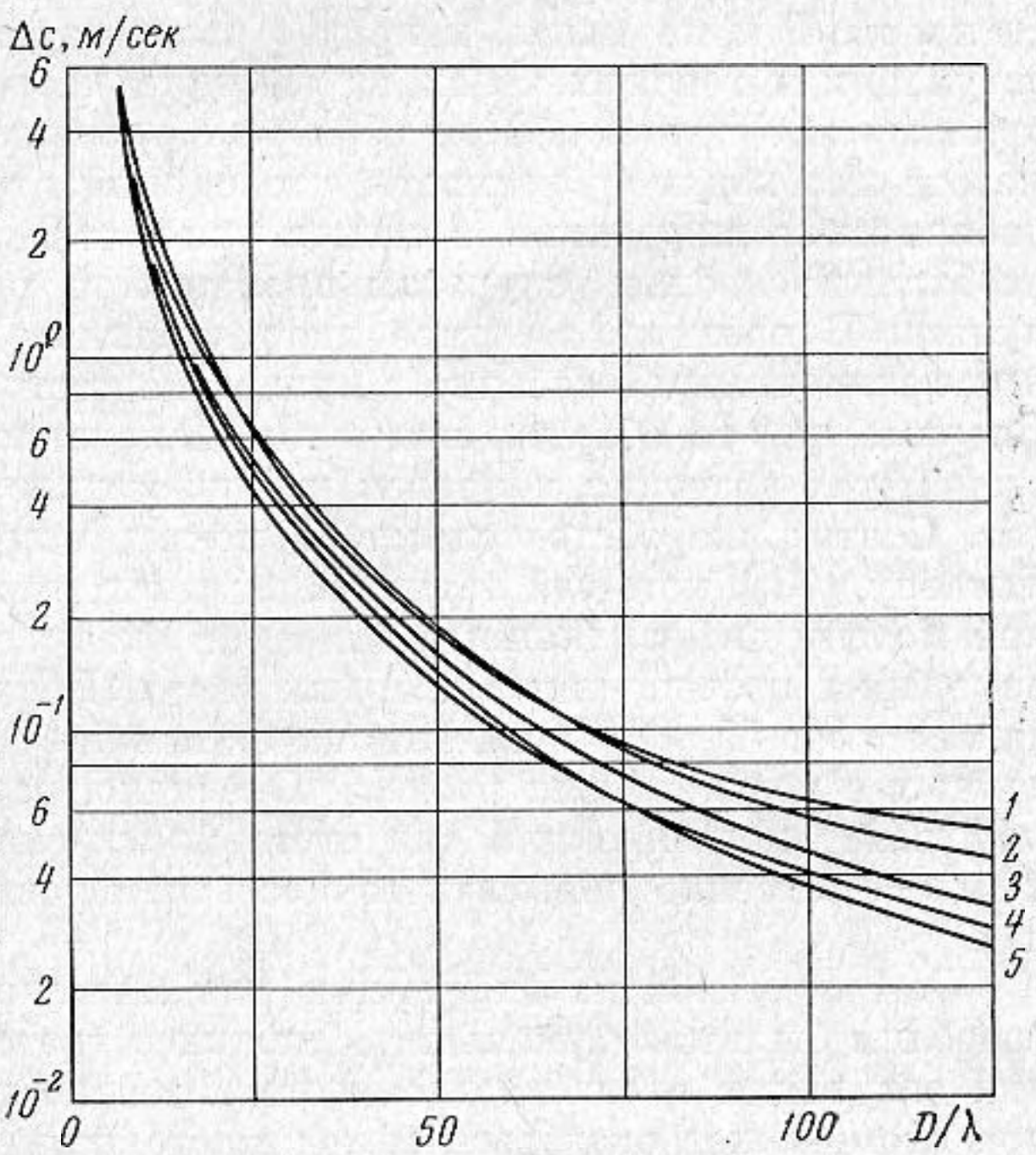

Фиг. 11

вого интерферометра. Теоретический анализ дифракционных поправок при измерении скорости звука акустическим интерферометром впервые был выполнен Краснушкиным. Для достаточно больших расстояний между излучателем и рефлектором автор получил поправку, уменьшающуюся с уменьшением длины волны по квадратичному закону. В своих последних работах [51, 52] Краснушкин приводит следующую общую величину дифракционного приращения скорости звука для поршневого излучателя:

$$\Delta c \cong \lambda^2 c \,/\, 31{,}5\, a^2.$$

## Экспериментальное исследование дифракционных эффектов

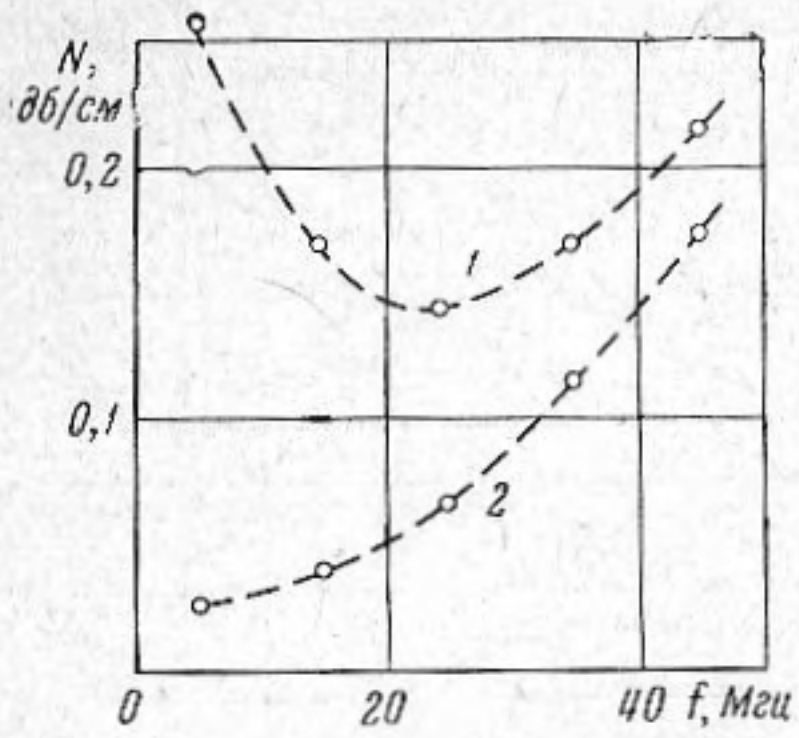
Экспериментальная проверка результатов графического интегрирования при вычислении среднего давления на приемнике была проведена Секи, Гранато и Труэлом [25]. Исследования проводились на образце из монокристалла германия в диапазоне частот 5—45 *Мгц* стандартным импульсным методом путем измерения амплитуд огибающей многократно отраженных сигналов. При этом было найдено, что положение и величина наблюдаемых дифракционных максимумов качественно согласуются с теоретической зависимостью.




Фиг. 12

Измеряемое на опыте затухания звука складывается из собственного затухания исследуемой среды и дифракционного затухания, причем последнее на достаточно низких частотах может намного превышать затухание в среде. Авторы работы [25] приводят пример обработки на дифракцию экспериментальных данных для частотной зависимости затухания звука в монокристалле германия. Для второго дифракционного максимума ($z = 1{,}05\ a^2/\lambda$) величина дифракционного затухания составляет 1,8 *дб* (фиг. 4), или

$$\alpha_d = \frac{1{,}8}{1{,}05a^2/\lambda}\ \frac{дб}{см} = 1{,}7\ \frac{c}{a^2 f}\ \frac{дб}{см}.$$



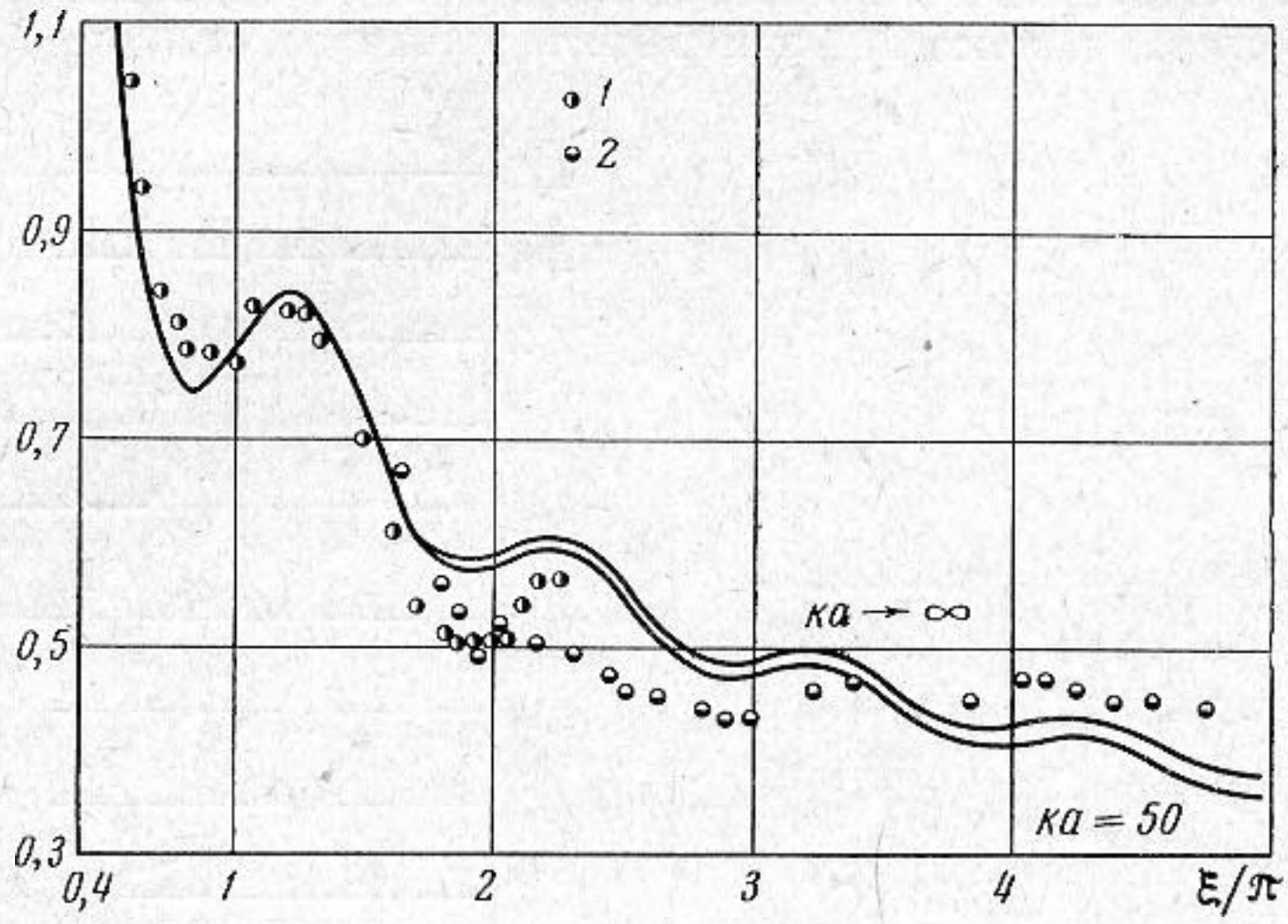

Фиг. 13

Тогда, например, для $f = 15$ *Мгц*, $c = 4{,}8 \times 10^5$ *см/сек* и $a = 0{,}635$ *см* получаем $\alpha_d = 0{,}13$ *дб/см*. Найденная поправка вычитается из экспериментального значения $\alpha_э = 0{,}17$ *дб/см*, полученного на том же расстоянии: $\alpha = \alpha_э - \alpha_d = 0{,}04$ *дб/см*. Частотная зависимость затухания в монокристалле германия приведена на фиг. 13; кривая *1* соответствует экспериментальным данным, кривая *2* — результат обработки на дифракцию.

Следует еще раз заметить, что рассмотренные выше теоретические зависимости для среднего давления на приемнике получены в предположении, что исследуемой средой является идеальная жидкость. Исключение составляют лишь численные расчеты Пападакиса, включающие также анизотропные свойства твердых тел. Однако и в этом случае теорией не учитываются дифракционные поправки для многократно отраженных сигналов. Тем не менее, наиболее распространенным методом измерения затухания в твердых телах на высоких частотах является метод многократных эхо-сигналов. При обработке экспериментальных данных в этом методе необходимо учитывать, что первый отраженный импульс уже ослаблен из-за дифракции, а сигнал при $z = 0$ отсутствует, т. е. коррекцию необходимо вводить с учетом пройденного расстояния для первого импульса. В противном случае дифракционные поправки могут оказаться преувеличенными, особенно в диапазоне частот порядка единиц мегагерц. Впервые на это обратил внимание Пападакис [65], предложивший простой метод введения поправок на дифракцию при исследовании твердых тел. С этим же обстоятельством, по-видимому, пришлось столкнуться и Тьядену [38], который также обнаружил, что вычисленные из жидкостной модели дифракционные поправки оказываются преувеличенными при измерении поглощения в твердых телах. Последующие же работы Пападакиса [54, 55, 66] показали качественное согласие экспериментальных данных с результатами расчета. Очевидно, разработка теории, учитывающей влияние дифракции для отраженных сигналов, позволит в дальнейшем существенно повысить точность измерения затухания в твердых телах.

Учет поправок на дифракцию для многократно отраженных сигналов позволил бы также уменьшить нижнюю граничную частоту при измерении затухания в слабопоглощающих жидкостях. Весьма перспективным при этом может оказаться метод многократных эхо-сигналов с переменным расстоянием, развитый Зипиром и Яковлевым [67] и исследованный впоследствии Кононенко [68]. Отметим, что введение дифракционных поправок для ультразвукового интерферометра, исследованного Паулаускасом и Илгунасом [69, 70] применительно к слабопоглощающим жидкостям, также допускает значительное пснижение рабочей частоты.

Прямая проверка зависимости среднего давления на приемнике от расстояния проводилась Бассом [37], который экспериментально исследовал полученное им аналитическое выражение (15). Измерения были выполнены стандартным импульсным методом в дистиллированной воде на



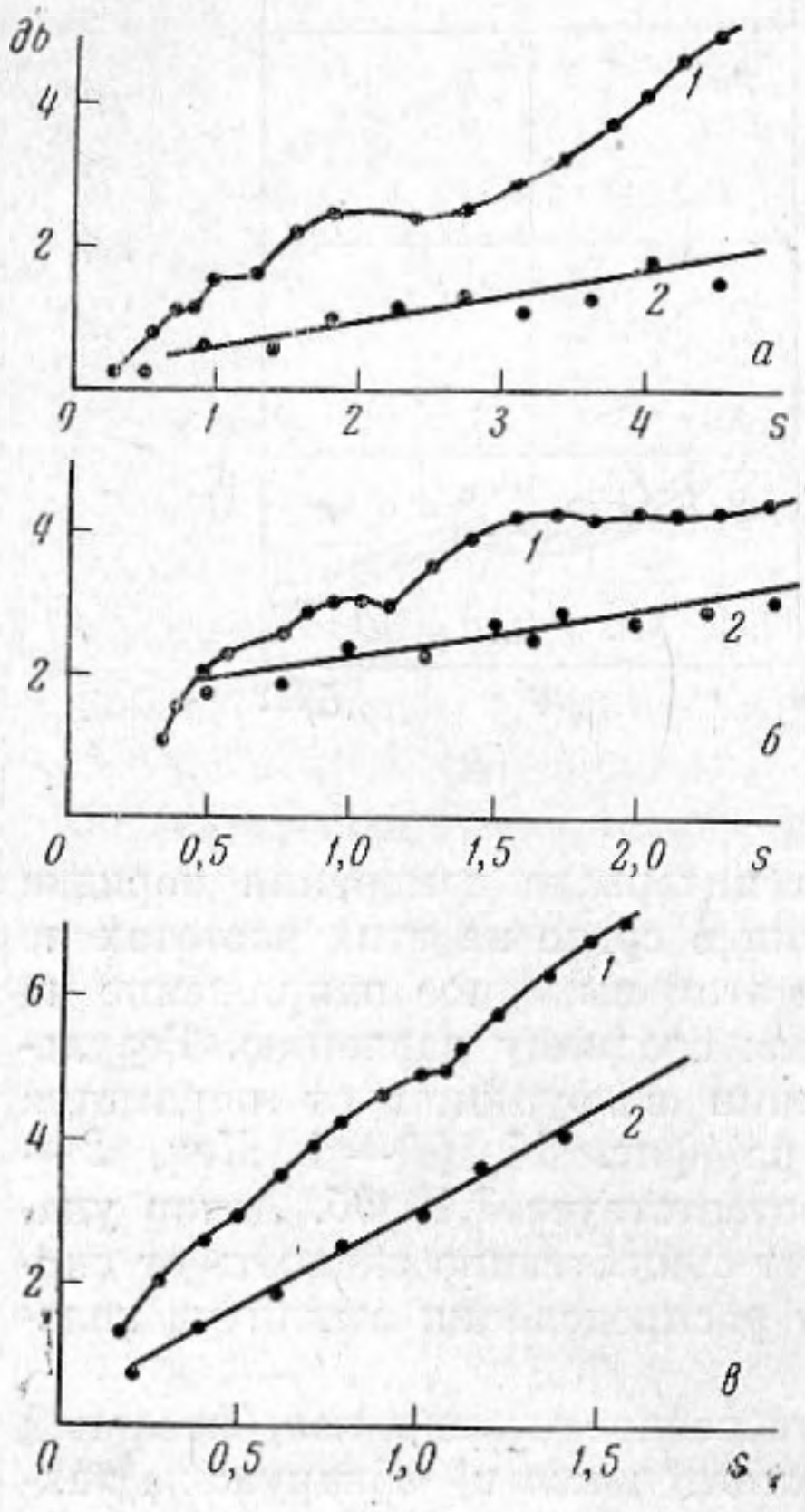

Фиг. 14

частотах 1 и 3 *Мгц*. При максимальном интервале измерения порядка 20 *см* возможная ошибка из-за поглощения в среде на этих частотах не превышала 0,5 и 5% соответственно, при этом выходное напряжение на приемнике принималось пропорциональным среднему давлению. Результаты измерения дифракционного затухания в функции от параметра $\xi/\pi = [(z^2+4a^2)^{1/2} - z]/\lambda$ приведены на фиг. 14 (*1* — 1 *Мгц*, *2* — 3 *Мгц*); одна единица на оси ординат соответствует 3,16 *дб*. Автор указывает, что результаты эксперимента могут существенно зависеть от способа крепления преобразователей, т. е. от распределения амплитуд колебательной скорости.

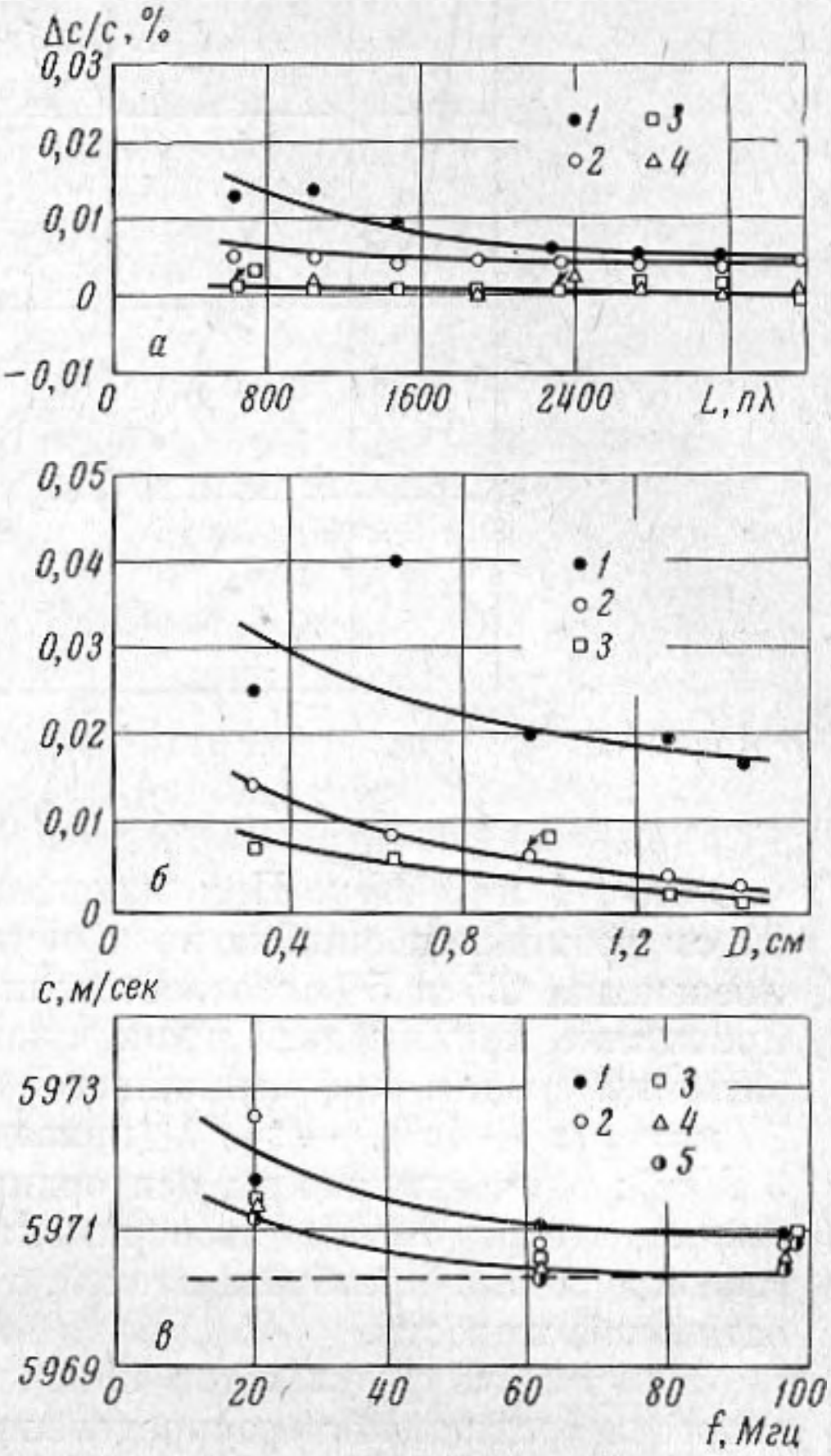
Зависимость результатов измерения от распределения колебательной скорости (радиального распределения чувствительности) обнаружена также Пападакисом [66]. Характер поведения дифракционного затухания в функции расстояния оказался зависящим и от распределения колебательной скорости на отражающей поверхности исследуемого образца. Общее затухание при любом распределении, отличном от нормального, оказывается увеличенным, при этом вид функции $\bar{p} = \bar{p}(z)$ существенно изменяется. При максимальной скорости в центре преобразователя (отражателя) дифракционные максимумы сглаживаются, тогда как при максимальной скорости на периферии происходит подчеркивание дифракционных осцилляций среднего давления. Эти результаты согласуются с известным уменьшением дифракционных осцилляций на оси излучателя при уменьшении колебательной скорости на периферии последнего [71, 72]. Однако в общем виде аналитическая зависимость среднего давления на приемнике с произвольным распределением чувствительности при произвольном же распределении колебательной скорости на поверхности излучателя еще не получена.

Тщательное экспериментальное изучение дифракционных эффектов с широким набором параметров проведено Кэромом, Витингом и Флёри [73]. Результаты этих экспериментов для жидких сред при не слишком низких частотах (до 3 *Мгц*) оказались в хорошем согласии с расчетными. Установлено также, что влияние боковых стенок измерительной камеры можно не учитывать, если $d/a > 3$ и $z\lambda/a^2 < 6$. В этих условиях введе-

ние теоретических поправок на дифракцию в экспериментальные данные для жидкостей с известным затуханием позволило получить результаты, весьма близкие к истинным. Тем не менее для рабочих частот ниже 3 *Мгц*, где измеряемое затухание во много раз превышает истинное, введение поправок систематически приводило к преувеличенным результатам (фиг. 15, вода; кривые *1* — измеренное затухание, кривые *2* — скоррек-




Фиг. 15

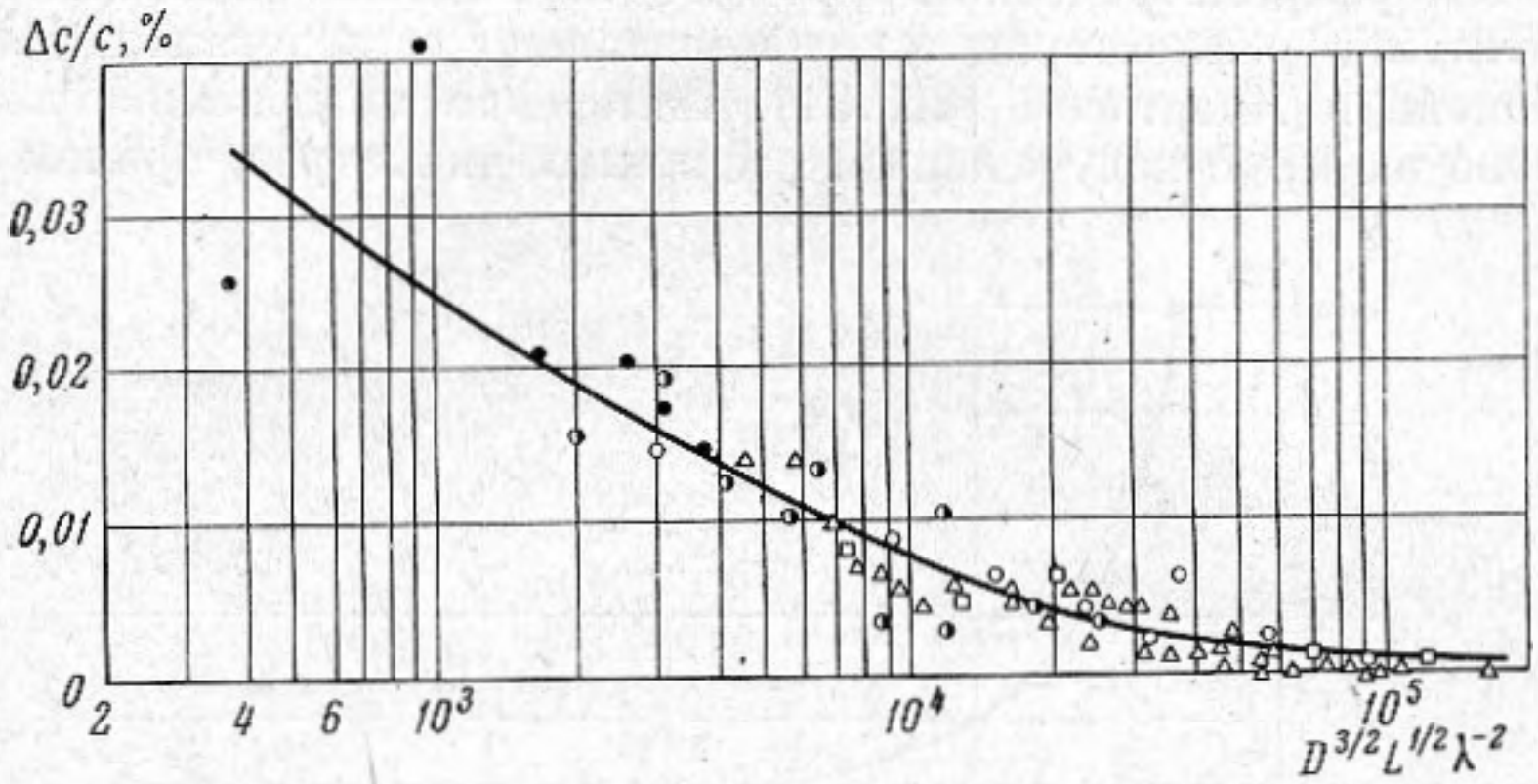



Фиг. 16

тированное затухание; *а* — $f = 2$ *Мгц*, $\alpha / f^2_{кор} = 50 \cdot 10^{-17}$ *см*$^{-1}$*сек*$^2$, *б* — $f = 3$ *Мгц*, $\alpha / f^2_{кор} = 31 \cdot 10^{-17}$ *см*$^{-1}$*сек*$^2$, *в* — $f = 5$ *Мгц*, $\alpha / f^2_{кор} = 24 \times 10^{-17}$ *см*$^{-1}$*сек*$^2$). Возможной причиной этого авторы работы [73] считают отклонение параметров фронта волны, обусловленное дифракцией (главным образом радиального распределения амплитуды, см., например, фиг. 1), от параметров идеально плоской волны. Поскольку при выводе выражений для коэффициента поглощения предполагается распространение идеально плоских волн, искажение фронта волны может привести к появлению дополнительных вязких потерь, не учитываемых дифракционными теориями для идеальной жидкости. Заметим, однако, что указанное преувеличение результатов может быть связано также и с отличным от нормального распределением амплитуд колебательной скорости на излучателе.

Авторы работы [73] подробно исследовали также влияние боковых стенок измерительной кюветы на результаты измерения при различном соотношении между диаметром кюветы и излучателя. Наиболее важный результат этих исследований заключается в том, что экспериментальные данные для жидкостного волновода с твердыми стенками не согласуются с выводами волноводной теории для указанных граничных условий. Если

же принять границу волновода абсолютно податливой (твердое тело [44]), то выводы теории согласуются с экспериментальными данными. При равенстве диаметров излучателя и измерительной камеры с абсолютно жесткими стенками в исследуемой жидкой среде теоретически должна распространяться без затухания идеально плоская волна. Однако эксперимент показывает, что в этом случае зависимость среднего давле-




Фиг. 17

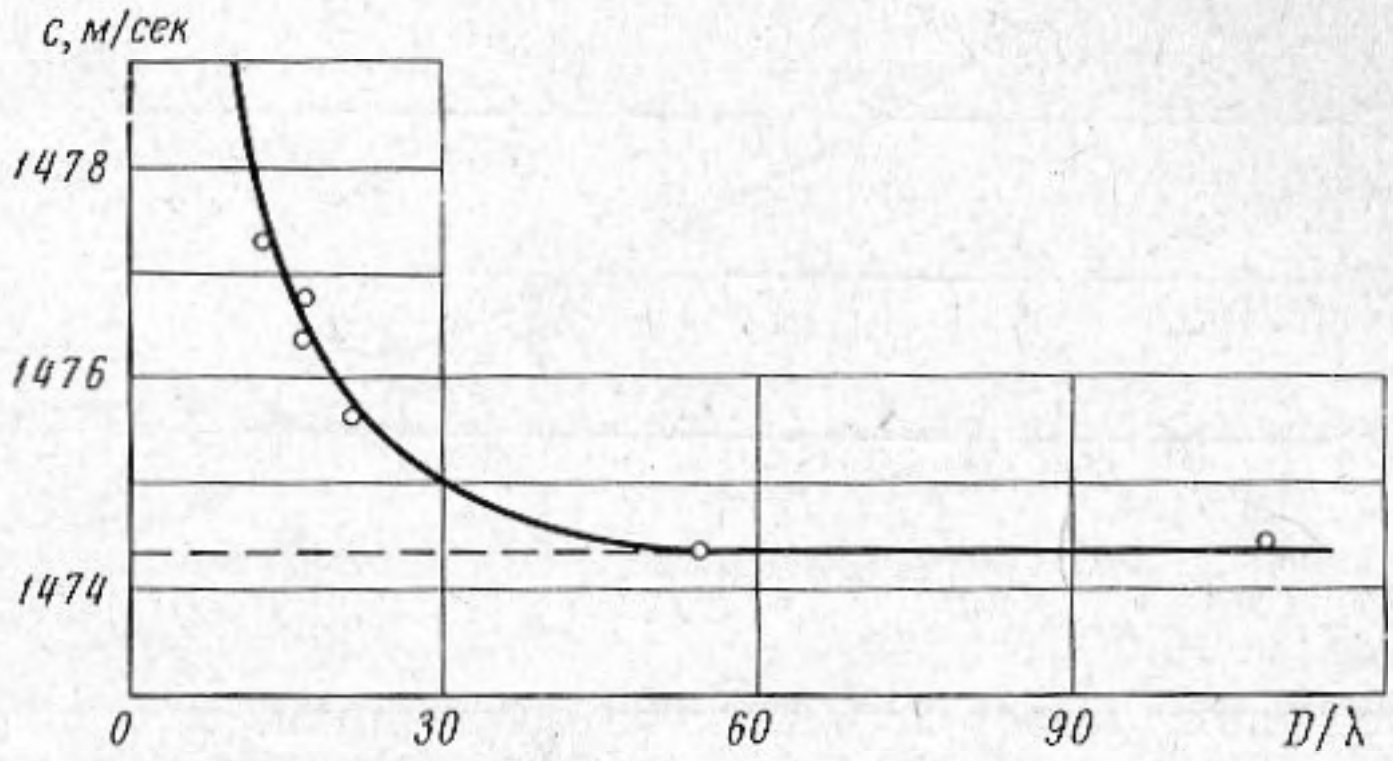
ния от расстояния имеет характерные осцилляции, величина и положение которых совпадает с теоретическими для граничных условий твердого тела. При промежуточных значениях $1 < d/a < 3$ экспериментальные данные для жидкостного волновода также близки к значениям, полученным из волноводной теории с граничными условиями твердого тела.

Следуя работе [73], этот неожиданный результат можно объяснить тем, что для волновода с абсолютно жесткими стенками, заполненного идеальной невязкой жидкостью, теоретическим граничным условием принимается равенство нулю нормальной составляющей колебательной скорости. Однако при этом отбрасывается другое необходимое граничное условие для реальной вязкой жидкости — стремление к нулю у стенок кюветы тангенциальной скорости. Граничные же условия для твердого тела удовлетворяют этому требованию, но вместе с тем требуют равенства нулю давления на боковых поверхностях образца. Авторы отмечают также, что полученные экспериментальные результаты должны учитываться и при изучении дисперсии скорости звука в системах волноводного типа. Последующие исследования [74] подтвердили, что наблюдаемая экспериментально дисперсия скорости в жидкостных волноводах с твердыми стенками согласуется с теоретической лишь в том случае, если принять граничные условия твердого тела (абсолютно свободный волновод).

Широкое экспериментальное исследование дифракционных эффектов, возникающих при измерении скорости звука, проводилось Мак-Скиминым [75] (см. также работы [76, 77]). Измерения скорости были выполнены на образцах плавленого кварца различными модификациями импульсно-фазового метода, при этом была получена экспериментальная зависимость дифракционного приращения от расстояния, диаметра рабочей поверхности преобразователя и частоты. Результаты этих измерений представлены из фиг. 16; здесь $L$ — среднее расстояние от преобразователя, выраженное в длинах волн, $D$ — диаметр рабочей поверхности преобразователя ($а$ — $f = 59{,}8$ *Мгц*, кривые *1—4* соответствуют $D/\lambda = 31{,}9$; 63,7; 95,5 и 145,2; $б$ — $L = 2{,}37$ *см*, кривые *1—3* соответствуют $f = 20{,}2$; 61,3 и 96,3 *Мгц*; $в$ — кривые *1—5* соответствуют $D = 0{,}318$; 0,635; 0,952; 1,127 и 1,448 *см*). На фиг. 17 приведена обобщенная экспериментальная зависимость для этих результатов в функции от безразмерного параметра $D^{3/2}L^{1/2}/\lambda^2$ (заметим, что в работе [78] использовался иной параметр

$\lambda^{3/2} / DL^{1/2}$). Полученные данные хорошо согласуются с теоретическими расчетами, показывающими увеличение измеряемой скорости звука при уменьшении частоты, расстояния между преобразователями и их размеров. Аналогичные приращения скорости с уменьшением рабочей частоты и размеров образца наблюдал также Заремboвич [79].

Влияние дифракции на результаты измерения скорости звука в жидкостях интерферометрическим методом с переменным расстоянием между излучателем и рефлектором экспериментально исследовалось Илгунасом, Кубилюнене и Япертасом [80, 81]. Измерения проводились в широком диапазоне частот с излучателями различных диаметров, причем с умень-




Фиг. 18

шением размеров излучателя и рабочей частоты также наблюдалось увеличение дифракционного приращения скорости. Полученные результаты позволили установить однозначную связь (в пределах погрешности измерений) между указанным приращением и отношением диаметра излучателя к длине волны (фиг. 18, дистиллированная вода, $t = 17{,}5°$). Кроме того, в работе [81] экспериментально обнаружено также увеличение измеряемой скорости звука при уменьшении размера рефлектора. Однако в этих исследованиях зависимости дифракционного приращения скорости звука от расстояния между излучателем и рефлектором не обнаружено. Последнее может быть объяснено, по-видимому, тем, что указанная зависимость является достаточно слабой функцией расстояния даже для режима бегущих волн (см., например, фиг. 12). В случае же интерферометрического режима суммарный эффект усреднения многократно отраженных волн может способствовать еще большему ослаблению этой зависимости.

Дифракционные поправки к измеряемому значению скорости звука экспериментально исследовались также в работах Иванова, Меркулова и Щукина [82, 83]. Исследования проводились на образцах плавленого кварца как методом интерферометра с переменной частотой, так и импульсно-фазовым методом, при этом в обоих случаях результаты измерений в функции от отношения диаметра излучателя к длине волны оказались весьма близкими к данным, приведенным на фиг. 18.

Следует заметить, что перечисленные экспериментальные результаты не подтверждают теоретических выводов Лорда [60] об уменьшении дифракционного приращения скорости звука при уменьшении размеров преобразователей (см. табл. 3). В то же время расчетные данные, приведенные в табл. 2, хорошо согласуются с экспериментальными.

При измерении скорости звука с использованием многократно отраженных импульсов на достаточно низких частотах экспериментальные поправки могут оказаться значительно выше, чем для режима бегущих волн [84]. Осуществление весьма точных измерений скорости звука тре-

бует в этом случае тщательного анализа возможных дифракционных поправок, возникающих при измерениях интервала времени между различными отраженными импульсами [85]. Кроме того, при этом может оказаться существенным (особенно на низких частотах) искажение формы огибающей импульса, обусловленное дифракцией, и, соответственно, изменение спектра сигнала.

В заключение подчеркнем, что практически все теоретические исследования дифракционных эффектов относятся к непрерывному режиму. Правомочность распространения полученных результатов на импульсный режим, вообще говоря, не очевидна и требует специального рассмотрения.

ЛИТЕРАТУРА


1. J. R. Pellam, J. K. Galt. Ultrasonic propagation in liquids: I. Application of pulse technique to velocity and absorption measurements at 15 Mc. J. Chem. Phys., 1946, 14, 10, 608—614.
2. C. E. Teeter, Jr. Absorption of supersonic waves in liquids. J. Acoust. Soc. America, 1946, 18, 2, 488—495.
3. J. M. M. Pinkerton. A pulse method for the measurement of ultrasonic absorption in liquids; results for water. Nature, 1947, 160, 4056, 128—129.
4. H. J. McSkimin. Variations of the ultrasonic pulse-superposition method for increasing the sensitivity of delay-time measurements. J. Acoust. Soc. America, 1965, 37, 5, 864—871.
5. R. L. Forgacs. An improved sing-around system for ultrasonic velocity measurements. IRE Trans. Instr., 1960, 9, 3, 359—367.
6. R. L. Blume. Instrument for continuous high resolution measurement of changes in the velocity of ultrasound. Rev. Sci. Instr., 1963, 34, 12, 1400—1407.
7. M. Greenspan, C. E. Tschiegg. Speed of sound in water by a direct method. J. Res. NBS, 1957, 59, 4, 249—254.
8. H. J. McSkimin. Velocity of sound in distilled water for the temperature range 20—75° C. J. Acoust. Soc. America, 1965, 37, 2, 325—328.
9. О. Кубилюнене, В. Илгунас. К вопросу скорости ультразвука в дистиллированной воде. Сб. «Вопросы метод. ультразвук. интерферометрии», 2, Вильнюс, 1967, 100—106.
10. E. F. Carome, S. R. Burlage. Ultrasonic absorption in ethyl acetate. J. Acoust. Soc. America, 1960, 32, 4, 510—511.
11. Дж. В. Стретт (лорд Рэлей). Теория звука, т. 2, § 278. М., ГТТ, 1965.
12. L. W. King. On the acoustic radiation field of the piezoelectric oscillator and the effect of viscosity on transmission. Canad. J. Res., 1934, 11, 2, 135—155.
13. C. J. Bouwkamp. A contribution to the theory of acoustic radiation. Philips Res. Rep., 1946, 1, 4, 251—277.
14. H. Backhaus, F. Trendelenburg. Über die Richtwirkung von Kolbenmembranen. Z. techn. Physik, 1926, 7, 12, 630—635.
15. R. B. Lindsay. High frequency sound radiation from a diaphragm. Phys. Rev., 1928, 32, 3, 515—519.
16. H. Born. Zur Frage der Absorptionsmessung im Ultraschallgebiet. Z. Physik, 1943, 120, 5—6, 383—396.
17. A. Schoch. Betrachtungen über das Schallfeld einer Kolbenmembranen. Akust. Z., 1941, 6, 6, 318—326.
18. A. H. Carter, A. O. Williams, Jr. A new expansion for the velocity potential of a piston source. J. Acoust. Soc. America, 1951, 23, 2, 179—184.
19. A. H. Carter, A. O. Williams, Jr. A new expansion for the velocity potential of a piston source. J. Acoust. Soc. America, 1952, 24, 2, 230.
20. H. Elrod, Jr. A more rapidly-convergent expansion for the velocity potential of a piston source. J. Acoust. Soc. America, 1952, 24, 3, 325—326.
21. H. Stenzel. Über die Berechnung des Schallfeldes von kreisförmigen Membranen in starrer Wand. Ann. Physik, 1949, 4, 6, 303—324.
22. H. Backhaus. Das Schallfeld der kreisförmigen Kolbenmembran. Ann. Physik, 1930, 5, 1, 1—35.
23. H. Backhaus. Zur Berechnung des Schallfeldes der kreisförmigen Kolbenmembran. Z. techn. Physik, 1943, 24, 4, 75—78.
24. H. Stenzel. Leitfaden zur Berechnung von Schallvorgängen. Berlin, Verlag von Julius Springer, 1939. H. Stenzel, O. Brosze. 2 Auflage, Berlin (Göttingen) Heidelberg, 1958.
25. H. Seki, A. Granato, R. Truell. Diffraction effects in the ultrasonic field of a piston source and their importance in the accurate measurement of attenuation. J. Acoust. Soc. America, 1956, 28, 2, 230—238.
26. E. Lommel. Die Beugungserscheinungen einer kreisrunden Oeffnung und eines kreisrunden Schirmchens. Abhandl. d. Mathem.— Phisik. Cl. d. Königl. Bayer. Akad. d. Wissensch., 1885, 15, 2, 233—328.

27. Э. Грей, Г. Б. Мэтьюз. Функции Бесселя и их приложения к физике и механике. М., ИЛ, 1953.
28. Y. Torikai. On the ultrasonic field near the circular piston-like source. II. Theoretical calculation of the field. J. Acoust. Soc. Japan, 1958, **14**, 1, 36—48.
29. A. O. Williams, Jr., L. W. Labaw. Acoustic intensity distribution from a «piston» source. J. Acoust. Soc. America, 1945, **16**, 4, 231—236.
30. R. H. Quint. Acoustic field of a circular piston in the near zone. J. Acoust. Soc. America, 1959, **31**, 2, 190—191.
31. H. Stenzel. Die akustische Strahlung der rechteckigen Kolbenmembran. Acustica, 1952, **2**, 6, 263—281.
32. A. Freedman. Sound field of a rectangular piston. J. Acoust. Soc. America, 1960, **32**, 2, 197—209. Erratum: JASA, 1960, **32**, 12, 1701.
33. H. B. Huntington, A. G. Emslie, V. W. Hughes. Ultrasonic delay lines. J. Franklin Inst., 1948, **245**, 1, 1—24.
34. М. Б. Гитис, А. С. Химунин. О поправках на дифракцию при изменении коэффициента поглощения и скорости звука Акуст. ж., 1968, **14**, 3, 368—375.
35. С. Н. Ржевкин. Курс лекций по теории звука. Изд. МГУ, 1960.
36. A. O. Williams, Jr. The piston source at high frequencies. J. Acoust. Soc. America, 1951, **23**, 1, 1—6.
37. R. Bass. Diffraction effects in the ultrasonic field of a piston source. J. Acoust. Soc. America, 1958, **30**, 7, 602—605.
38. K. Tjaden. Absorption longitudinaler Ultraschallwellen in Aluminium bei hohen Temperaturen. Acustica, 1961, **11**, 3, 127—136.
39. G. A. Sabin. Calibration of piston transducers at marginal test distances. J. Acoust. Soc. America, 1964, 36, 1, 168—173.
40. А. Г. Соколинский, Ю. М. Сухаревский. Магниевые ультразвуковые линии задержки. М., «Сов. радио». 1966.
41. A. E. Lord, Jr. Geometric diffraction loss in longitudinal — and shear-wave attenuation measurement in an isotropic half-space. J. Acoust. Soc. America, 1966, **39**, 4, 650—662.
42. J. M. M. Pinkerton. On the pulse method of measuring ultrasonic absorption in liquids. Proc. Phys. Soc., 1949, **62**, 353B, pt. 5, 286—299.
43. J. Lamb, J. M. M. Pinkerton. The absorption and dispersion of ultrasonic waves in acetic acid. Proc. Roy. Soc., ser. A, 1949, **199**, 114—129.
44. M. Redwood. Dispersion effects in ultrasonic waveguides and their importance in the measurement of attenuation. Proc. Phys. Soc., 1957, **70**, pt. 8, 452B, 721—737.
45. M. R. Redwood. Mechanical waveguides. Pergamon Press. Oxford. London. New York. Paris, 1960.
46. E. F. Carome, J. M. Witting. Theory of ultrasonic attenuation in cylindrical and rectangular waveguides. J. Acoust. Soc. America, 1961, **33**, 2, 187—197.
47. П. Е. Краснушкин. Расчет интерферометра Пирса. Докл. АН СССР, 1940, **27**, 3, 213—216.
48. П. Е. Краснушкин. Теория ультраакустического интерферометра. Уч. зап. МГУ, 1944, **74**, 73—86.
49. P. E. Krasnooshkin. Theory of ultrasonic interferometer. J. Phys., 1943, **7**, 2, 80—91.
50. P. E. Krasnooshkin. On supersonic waves in cylindrical tubes and the theory of the acoustic interferometer. Phys. Rev., 1944, **65**, 5—6, 190—195.
51. П. Е. Краснушкин. О дифракционных поправках при измерении скорости и поглощения ультразвука. Тезисы докл. на Совещ. по квант. акустике и ультразвук. интерферометрии, Вильнюс, 1967.
52. П. Е. Краснушкин. О дифракционных поправках на скорость и поглощение ультразвука. Тр. VI Всесоюзн. акустич. конф., Д111-5, М., 1968.
53. С. Н. Ржевкин. К теории ультразвукового интерферометра. Сб. «Применение ультраакуст. к исслед. вещества», МОПИ, 1959, 9, 3—8.
54. E. P. Papadakis. Ultrasonic diffraction loss and phase change in anisotropic materials. J. Acoust. Soc. America, 1966, **40**, 4, 863—876.
55. E. P. Papadakis. Diffraction of ultrasound radiating into an elastically anisotropic medium. J. Acoust. Soc. America, 1964, **36**, 3, 414—422.
56. K. Yamada, Y. Fujii. Acoustic response of a circular receiver to a circular source of different radius. J. Acoust. Soc. America, 1966, 40, **5**, 247—248.
57. Y. Fujii, K. Yamada. Acoustic response of a rectangular receiver to a rectangular source. J. Acoust. Soc. America, 1966, **40**, 1, 249—251.
58. E. M. Arase. Comments on the paper by Y. Fujii and K. Yamada. J. Acoust. Soc. America, 1966, **40**, 5, 249.
59. G. Bradfield, E. T. Goodwin. A note on abnormalities in the travel time of a wave between two extensive apertures. Philosoph. Mag., 1961, **6**, 68, 1065—1067.
60. A. E. Lord, Jr. Changes in velocity of an elastic pulse owing to geometrical diffraction. J. Acoust. Soc. America, 1966, **40**, 1, 163—169.
61. W. G. Neubauer, L. R. Dragonette. Experimental determination of the free-field sound speed in water. J. Acoust. Soc. America, 1964, **36**, 9, 1685—1690.
62. R. D. Spence. A note on the Kirchhoff approximation in diffraction theory. J Acoust. Soc. America, 1949, **21**, 2, 98—100.

63. C. J. Bouwkamp. Diffraction theory. Rep. Progr. Phys., 1954, 17, 35—100.
64. В. Илгунас. Учет влияния дифракции на скорость и поглощение ультразвука в интерферометре. Сб. «Вопр. метод. ультразвук. интерферометрии», 2, Вильнюс, 1967, 9—19.
65. E. P. Papadakis. Correction for diffraction losses in the ultrasonic field of a piston source. J. Acoust. Soc. America, 1959, 31, 2, 150—152.
66. E. P. Papadakis. Diffraction of ultrasound in elastically anisotropic NaCl and some other materials. J. Acoust. Soc. America, 1963, 35, 4, 490—494.
67. А. Д. Зипир, В. Ф. Яковлев. Импульсный метод многократной трансформации ультразвукового сигнала при исследовании жидких сред. Сб. «Применение ультраакуст. к исслед. вещества», МОПИ, 1959, 8, 63—66; 1960, 11, 107—122.
68. В. С. Кононенко. Дифракционные эффекты при измерении поглощения ультразвука методом эхо-сигналов в жидкостях. Сб. «Ультразвук. техника», 1966, 2, 1—6.
69. К. Паулаускас, В. Илгунас. Интерферометрический метод измерения поглощения ультразвука в жидкостях. Сб. «Вопр. метод. ультразвук. интерферометрии», 2, Вильнюс, 1967, 157—160.
70. В. Илгунас, К. Паулаускас. Измерение поглощения ультразвука в жидкостях интерферометром. Акуст. ж., 1966, 12, 2, 258—261.
71. K. Hasselberg, J. Krautkrämer. Ein Ultraschall-Strahler für die Werkstoffprüfung mit verbesstem Nahfeld. Acustica, 1959, 9, 5, 359—364.
72. А. С. Голубев. Излучатель для ультразвуковой дефектоскопии с равномерной чувствительностью в ближней зоне. Дефектоскопия, 1965, 2, 27—30.
73. E. F. Carome, J. M. Witting, P. A. Fleury. Experimental study of diffraction and waveguide effects in ultrasonic attenuation measurements. J. Acoust. Soc. America, 1961, 33, 10, 1417—1425.
74. J. B. Lastovka, E. F. Carome. Experimental study of dispersion in ultrasonic waveguides. J. Acoust. Soc. America, 1963, 35, 8, 1279—1284.
75. H. J. McSkimin. Empirical study of the effect of diffraction on velocity of propagation of high-frequency ultrasonic waves. J. Acoust. Soc. America, 1960, 32, 11, 1401—1404.
76. H. J. McSkimin. Measurement of elastic constants at low temperatures by means of ultrasonic waves. J. Appl. Phys., 1953, 24, 8, 988—997.
77. H. J. McSkimin. Use of high frequency ultrasound for determining the elastic moduli of small speciment. IRE Trans, PGUE-5, 1957, 25—43.
78. H. J. McSkimin. Effect of diffraction on velocity of sound. J. Acoust. Soc. America, 1961, 33, 4, 539.
79. A. Zarembovitch. Dispersion dans les solides des ondes de dilatation a haute frequence. Compt. rend., 1959, 248, 19, 2716—2718.
80. О. Кубилюнене, В. Илгунас. Влияние дифракции на измеренную интерферометром скорость ультразвука в воде. Литовск. физич. сборн., 1963, 3, 3—4, 453—459; 1964, 4, 1, 115—121.
81. В. Илгунас, О. Кубилюнене, А. Япертас. Прецизионный интерферометр для измерения скорости ультразвука в жидкостях в диапазоне частот 1—12 *Мгц*. Акуст. ж., 1964, 10, 1, 54—59.
82. В. Е. Иванов, Л. Г. Меркулов, В. А. Щукин. Метод прецизионного измерения скорости ультразвуковых волн в твердых телах. Сб. «Ультразвук. техника», 1965, 2, 3—12.
83. В. Е. Иванов. Некоторые особенности измерения скорости ультразвука в твердых телах интерферометрическим методом. Сб. «Вопр. метод. ультразвук. интерферометрии», 2, Вильнюс, 1967, 21—27.
84. В. С. Кононенко, В. Ф. Яковлев. Прецизионные измерения скорости ультразвука в жидкости на частотах 1—30 *Мгц*. Сб. «Ультразвук. техника», 1965, 6, 1—5.
85. E. P. Papadakis. Ultrasonic phase velocity by the pulse-echo-overlap method incorporating diffraction phase correction. J. Acoust. Soc. America, 1967, 42, 5, 1045—1051.

Всесоюзный н.-и. институт токов высокой частоты
Ленинград

Поступила в редакцию
31 мая 1968 г.