

Ищем решение ее в виде

$$U_x = \frac{\gamma_1}{k} e^{i(kx - \omega t) + \lambda z}, \quad U_z = \frac{\gamma_2}{k} e^{i(kx - \omega t) + \lambda z}, \quad \varphi = \frac{\gamma_3}{k} e^{i(kx - \omega t) + \lambda z}, \quad (3)$$

где k — волновое число поверхностной волны, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \lambda$ — некоторые постоянные, причем $\lambda > 0$. На границе кристалл — вакуум должны удовлетворяться условия равенства нулю тангенциальной и нормальной компонент тензора напряжений и непрерывности нормальных компонент вектора электрической индукции и тангенциальных компонент электрического поля. Для электрического потенциала в вакууме из уравнения Лапласа $\Delta\varphi = 0$ и из условия $E_{1x} = E_{2x}$ получим $\varphi_0 = \varphi(0)e^{-kz}$. Остальные граничные условия приводят к уравнениям:

$$-\frac{k}{4\pi}\varphi - \frac{\epsilon_{33}}{4\pi}\frac{\partial\varphi}{\partial z} + e_{31}\frac{\partial U_x}{\partial x} + e_{33}\frac{\partial U_z}{\partial z} = 0,$$

$$c_{13}\frac{\partial U_x}{\partial x} + c_{33}\frac{\partial U_z}{\partial z} + e_{33}\frac{\partial\varphi}{\partial z} = 0, \quad c_{44}\left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x}\right) + e_{15}\frac{\partial\varphi}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

Определители однородных систем уравнений (2) и (4), приравненные нулю, представляют собой систему уравнений с двумя неизвестными λ и k .

Решая их совместно графическим методом, получим, что скорость поверхностных волн в первом случае равна $1,731 \cdot 10^5$ см/сек. Проведя аналогичные вычисления для второго случая, получим для скорости волн поверхностных значений $1,7182 \cdot 10^5$ см/сек. Таким образом, учет пьезоэффекта дает увеличение скорости поверхностных волн на величину порядка одного процента.

В заключение автор выражает благодарность И. А. Викторову за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. R. Hatson, D. L. White. Elastic wave propagation in piezoelectric semiconductors. J. Appl. Phys., 1962, 33, 1, 40—47.
2. Мэзон. Пьезоэлектрические кристаллы и их применения в ультразвуке. М., ИЛ, 1952.
3. Л. О. Ландау, Е. Н. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГТТИ, 1944.
4. D. Berloncourt, H. Jaffe, L. R. Shiozava. Electroelastic properties of the sulfides, selenides and tellurides of zinc and cadmium. Phys. Rev., 1963, 129, 3, 1009—1011.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
6 июня 1967 г.

УДК 534.26

ПРОХОЖДЕНИЕ ЗВУКА ЧЕРЕЗ ПЬЕЗОПОЛУПРОВОДНИКОВУЮ ПЛАСТИНУ В ЖИДКОСТИ

Л. М. Лямшев

Пусть пьезополупроводниковая тонкая безграничная пластина лежит в плоскости xoz прямоугольной системы координат, а звуковое поле в окружающей среде описывается выражениями

$$p_1(r) = \exp[ik_x x + ik_y y] + A \exp[ik_x x - ik_y y], \quad y < 0, \quad (1)$$

$$p_2(r) = B \exp[ik_x x + ik_y y], \quad y > 0. \quad (2)$$

Множитель $\exp(-i\omega t)$ всюду опускаем.

Для определения коэффициентов отражения A и прохождения B воспользуемся граничными условиями:

$$\frac{\partial p_1(r)}{\partial y} \Big|_{y=0^-} = \frac{\partial p_2(r)}{\partial y} \Big|_{y=0^+} = \omega^2 \rho w(x), \quad (3)$$

$$\left(\omega^2 h \rho_1 - \tilde{g} \frac{\partial^4}{\partial x^4} \right) w(x) = p_2(r) \Big|_{y=0^+} - p_1(r) \Big|_{y=0^-}. \quad (4)$$

Здесь $w(x)$ — смещения пластины в направлении внешней нормали, совпадающей с положительным направлением оси y , ρ_1 — плотность материала, h — толщина и

\bar{g} — цилиндрическая жесткость пластины. Для пьезополупроводниковой пластины [1]
 $\bar{g} = g(1 + \delta)$, где $g = \frac{Nh^3}{12(1-p^2)}$ и $\delta = \frac{4\pi\beta_{\text{эф}}^2(1-p^2)}{N\epsilon_{xx}}$,

N — модуль Юнга, p — коэффициент Пуассона, $\beta_{\text{эф}} = \beta_{x,xx} - \frac{p}{1-p}\beta_{x,xz}$ — эффек-

тивный пьезомодуль для изгибных волн, $\beta_{i,kl}$ — пьезотензор по деформации, ϵ_{xx} — компонента тензора диэлектрической проницаемости материала пластины. Величина ϵ_{xx} является комплексной и зависит от частоты колебаний и длины изгибной волны. Если рассматривать не очень тонкие пластины*, можно положить

$$\epsilon_{xx}(\omega, k_x) = \epsilon_0 - \frac{4\pi\sigma_0}{i\omega} \frac{1}{1 - \beta + \frac{ik_x^2 v_T^2}{\omega v}}. \quad (5)$$

Здесь ϵ_0 — статическое значение диэлектрической проницаемости, $\sigma_0 = e^2 n_0 / m\nu$ — проводимость по постоянному току, $\beta \equiv v_- / v_f$, $v_- = eE / m\nu$ — скорость дрейфа носителей под действием постоянного поля E_- , v_f — фазовая скорость изгибных волн, $v_T = (2kT_e / m)^{1/2}$ — тепловая скорость носителей, ν — частота соударений и n_0 — концентрация носителей заряда.

Подставляя выражения (1) и (2) в уравнения (3) и (4), получаем

$$A = \frac{Z\sqrt{k^2 - k_x^2}}{Z\sqrt{k^2 - k_x^2} + 2\rho\omega}, \quad B = \frac{2\rho\omega}{Z\sqrt{k^2 - k_x^2} + 2\rho\omega}, \quad (6)$$

где $Z = -i\omega h\rho_1 \left[1 - \frac{k_x^4}{k_f^4} \right]$ — импеданс пластины и

$$k_f^4 = \frac{\omega^2 h\rho_1}{\bar{g}} = \frac{\omega^2 h\rho_1}{g(1 + \delta)} = \frac{k_{f_0}^4}{1 + \delta}.$$

В случае обычной непьезополупроводниковой пластины $\delta \equiv 0$ мы получаем $A = 0$ и $B = 1$, если $Z = 0$, или при условии, что $k_x = k_{f_0}$. Этот результат хорошо известен**.

Проанализируем подробнее выражения (6). Найдем корни уравнения

$$Z\sqrt{k^2 - k_x^2} + 2\rho\omega = 0. \quad (7)$$

Введем обозначение $\mu = 2\rho / h\rho_1$. Тогда уравнение (7) можно привести к следующему виду:

$$[k_{f_0}^4 - k_x^4(1 - \delta)]\sqrt{k^2 - k_x^2} + i\mu k_{f_0}^4 = 0. \quad (8)$$

Нас будет интересовать тот случай, когда $k > k_x$, $\mu \ll 1$. Заметим, что обычно всегда $\delta \ll 1$. Имея это в виду, будем решать уравнения (8) методом последовательных приближений. Нулевое приближение дает $k_x = k_{f_0}$. Далее, полагая $k_x = k_{f_0} + \alpha$, найдем

$$\alpha \approx -\frac{1}{4} k_{f_0} \delta + i \frac{1}{4} k_{f_0} \frac{\mu}{\sqrt{k^2 - k_{f_0}^2}}. \quad (9)$$

Путем несложных преобразований получаем

$$\text{Im } \delta = K_{\perp}^2 (1 - p) \epsilon_0 \text{Im}(\epsilon_{xx}^{-1}), \quad (10)$$

где $K_{\perp} = [2\pi\beta_{\text{эф}}^2 / \epsilon_0 c_{\perp}^2 \rho_1]^{1/2}$ — коэффициент электромеханической связи для сдвиговых волн в пьезополупроводнике, а $c_{\perp} = [N / 2\rho_1(1 + p)]^{1/2}$ — скорость сдвиговых волн.

Из соотношений (10) и (5) находим

$$\text{Im } \delta = -K_{\perp}^2 (1 - p) \epsilon_0 \frac{\frac{\omega_0^2}{\omega v} (1 - \beta)}{\epsilon_0^2 (1 - \beta)^2 + \frac{\omega_0^4}{\omega^2 v^2} \left[1 + \epsilon_0 \frac{2\omega r_0^2}{nc_{\perp}} \sqrt{6(1 - p)} \right]^2}, \quad (11)$$

* Т. е. такие пластины, для которых выполняется условие (см. работу [1]) $\omega \gg v_T^2 / \nu h^2$.

** См., например, работу [2].

где $\omega_0 = (4\pi e^2 n_0 / m)^{1/2}$ — плазменная частота носителей, $r_0 = (xT_e / 4\pi e^2 n_0)^{1/2}$ — дебаевский радиус.

Как видно из выражения (11), при $\beta > 1$ знак мнимой части δ меняется на обратный и при некотором $\beta = \beta_{кр} > 1$ может оказаться, что $\text{Im } \alpha = 0$. В этом случае k_x принимает вещественное значение, а коэффициенты отражения A и прохождения B оказываются больше единицы (устремляются к бесконечности). Таким образом, в определенных условиях при взаимодействии звуковой волны с пьезополупроводниковой пластинкой возможно усиление звуковых колебаний в среде, окружающей пластину, причем происходит усиление прошедшей и отраженной волн. Это усиление осуществляется за счет энергии дрейфа носителей заряда в пьезополупроводнике. Ситуация, которая наблюдается в этом случае, близка в некоторой мере, к эффекту усиления звуковой волны при прохождении ее через тангенциальный разрыв скорости на границе двух идеальных сред, движущихся относительно друг друга со сверхзвуковой скоростью [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Пустовойт и М. Е. Герценштейн. О возможности усиления изгибных волн. Физ. тверд. тела, 1964, 6, 3, 879—887.
2. Л. М. Лямшев. Отражение звука тонкими пластинами и оболочками в жидкости. М., Изд-во АН СССР, 1955.
3. H. Ribner. Reflection, Transmission and amplification of sound by a moving medium. Acoust. Soc. America, 1957, 29, 4, 435—441.

Акустический институт АН СССР
Москва

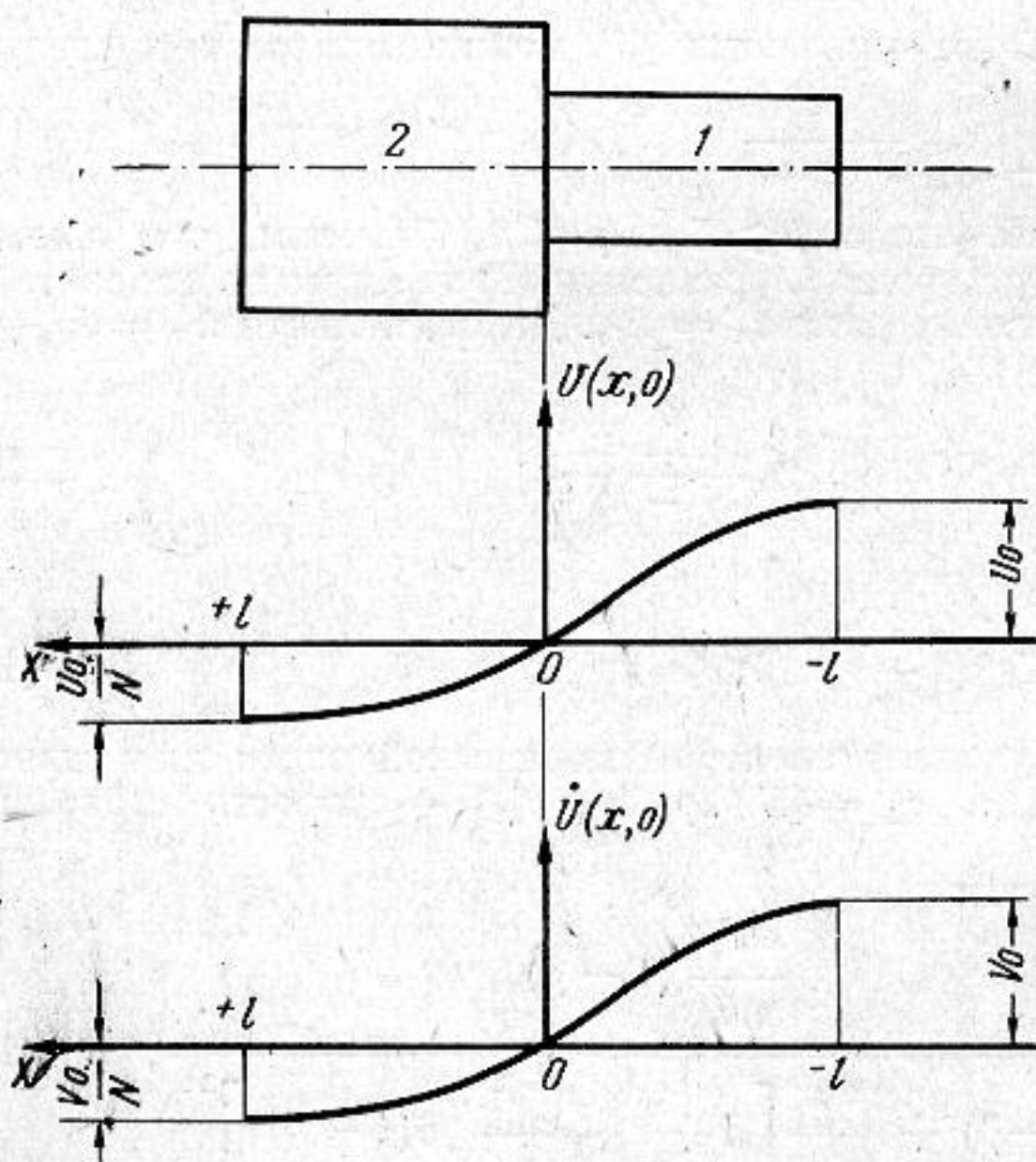
Поступило в редакцию
15 марта 1968 г.

УДК 534.29

О СИЛАХ ПРИ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОБРАБОТКЕ СТУПЕНЧАТЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

З. И. Поляков

На процесс ультразвуковой обработки большое влияние оказывают силы, возникающие при ударе инструмента по зернам абразива, лежащим на поверхности обрабатываемой детали [1]. Поскольку зависимость смещения различных сечений



инструмента от времени при обработке мало отличается от синусоиды [2, 3], задача определения сил может быть сведена к однократному удару. В работе [4] приведено выражение, позволяющее рассчитать силу удара для случая, когда в качестве инструмента используется однородный стержень, длина которого больше $\lambda/2$. При ультразвуковой обработке чаще всего применяется полуволновой ступенчатый инструмент (см. фигуру). В данной работе определяются силы, возникающие в зоне резания при использовании такого инструмента.

Если пренебречь потерями и считать сечения инструмента плоскими, можно написать уравнения

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1(x, t) &= c^2 u_1''(x, t); \\ \ddot{u}_2(x, t) &= c^2 u_2''(x, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $u(x, t)$ — смещение сечения стержня с координатой x в момент времени t , c — скорость продольных волн, штрихи обозначают дифференцирование по x , а точки — по t . Индекс 1 относится к тонкой части инструмента, индекс 2 — к толстой части. Начало координат установим в месте изменения диаметра, направив ось x вдоль оси инструмента, за начало отсчета времени примем момент начала удара.

чают дифференцирование по x , а точки — по t . Индекс 1 относится к тонкой части инструмента, индекс 2 — к толстой части. Начало координат установим в месте изменения диаметра, направив ось x вдоль оси инструмента, за начало отсчета времени примем момент начала удара.