АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XIV 1968 Вып. 2

УДК 534.222

ИЗМЕРЕНИЕ РАССЕЯНИЯ ЗВУКА ЗВУКОМ ПРИ НАЛОЖЕНИИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПУЧКОВ

В. А. Зверев, А. И. Калачев

Приведены результаты измерения амплитуды давления и угловых характеристик рассеянного звука разностной частоты, излучаемого из области наложения двух звуковых пучков с различными частотами колебаний, распространяющихся в жидкости в одном направлении. Длина взаимодействующих пучков была ограничена с помощью акустического фильтра в виде тонкой стальной пластинки. Полученные экспериментальные результаты согласуются с теоретическими расчетами авторов.

Под рассеянием звука звуком принято понимать явление, обусловленное взаимодействием звуковых волн в нелинейной среде, при котором существуют вторичные волны комбинационных частот вне области взаимодействия первичных волн [1]. В работе [2] был проведен расчет давления в рассеянном поле при взаимодействии двух пучков, распространяющихся в одном направлении с учетом поглощения первичных волн, которое может обеспечить отделение рассеянных сигналов от первичных. Однако условия, принятые в работе [2], трудно осуществить при эксперименте. Вследствие этого экспериментальная проверка теории [2], проведенная Беллином и Бейером [3], не дала достаточного подтверждения этой теории.

В настоящей работе проведено исследование рассеяния звука звуком при взаимодействии двух пучков, распространяющихся в жидкости в одном направлении, без учета поглощения звуковой энергии, при ограничении длины области взаимодействия специальным акустическим фильтром, непрозрачным для первичных сигналов и прозрачным для рассеянных сигналов. Применение акустического фильтра позволяет осуществить постановку эксперимента, лучше согласующегося с условиями, принятыми в теории, и произвести более точное количественное сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

Проведем расчет величины давления в рассеянном изучении в рассматриваемом случае. Будем предполагать, что взаимодействующие пучки могут быть описаны бегущими плоскими волнами $p_1' = p_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x)$, $p_2' = p_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x)$, которые взаимодействуют в области, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда с размерами L, a, b соответственно по осям x, y, z (p_1, p_2 — амплитуды давления в волнах, ω_1, ω_2 — частоты первичных колебаний). Исходя из системы уравнений гидродинамики — Эйлера, непрерывности и уравнения состояния жидкости во втором приближении $p = p_0 + c_0^2(\rho - \rho_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_{0ss} (\rho - \rho_0)^2$, где p, p_0 и ρ, ρ_0 — соответственно мгновенные и равновесные значения давления и плотности, c_0 — скорость звука, можно найти исходное неоднородное волновое уравнение, описывающее взаимодействие звуковых волн, которое

с точностью до величин второго порядка малости имеет вид

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\rho_0\left[(\operatorname{div}\mathbf{v})^2 + \mathbf{v}\,\Delta\mathbf{v} + \frac{1}{2}\Delta v^2\right] -$$

$$-\frac{1}{2c_0^2}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_{0ss}\frac{\partial^2(\rho-\rho_0)^2}{\partial t^2} = -4\pi q. \qquad (1)$$

Правая часть уравнения (1) играет роль источников вторичных волн с плотностью q, появляющихся в результате взаимодействия.

Как известно, решение уравнения (1), определяющее вторичное поле вдали от области взаимодействия в точке x, y, z в момент времени t, представляется в виде запаздывающего потенциала:

$$p(x,y,z,t) = \int\limits_V \frac{1}{r}\, q\left(x', y', z', t - \frac{r}{c_0}\right) dx'\, dy'\, dz', \qquad (2)$$

где r — расстояние между точками расположения источников и точкой наблюдения, x', y', z' — координаты источников. Интегрирование в формуле (2) производится по объему V, занимаемому источниками. Согласно методу последовательных приближений, плотность источников q находится путем подстановки в правую часть уравнения (1) решений первого приближения того же уравнения (однородного), являющегося суммой первичных волн. Учитывая то, что нас интересует только член с разностной частотой, для плотности источников получим выражение

$$q = \frac{\left(2 + \frac{B}{A}\right)(\omega_1 - \omega_2)^2 p_1 p_2}{8\pi\rho_0 c_0^4}\cos\left[(\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)x'\right],$$

где $\frac{B}{A} = \frac{\rho_0}{c_0^2}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_{0ss}$ — постоянная для данной среды величина.

Для точки наблюдения, расположенной в зоне Фраунгофера в плоскости пучков xy, можно приближенно положить $r \simeq r_0 - x'\cos\vartheta - y'\sin\vartheta$, где r_0 — расстояние от начала координат, расположенного в области взаимодействия, до точки наблюдения, ϑ — угол между направлением на точку наблюдения и положительным направлением оси x. Подставим в формулу (2) выражения для q и r, положив, как обычно, в амплитуде подынтегрального выражения $r \simeq r_0$. Тогда, предполагая, что точка наблюдения находится в плоскости первичных пучков xy, после интегрирования в пределах $0 \leqslant x' \leqslant L$, $0 \leqslant y' \leqslant a$,

$-\frac{b}{2} \leqslant z' \leqslant +\frac{b'}{2}$, получим $p(x,y,t) = p(0,\vartheta)\cos\left[(\omega_1 - \omega_2)\left(t - \frac{r_0}{c_0}\right) + \right.$

$\left. + \pi\frac{L}{\Lambda}\left(\cos\vartheta - 1\right) + \pi\frac{a}{\Lambda}\sin\vartheta\right]$,

где

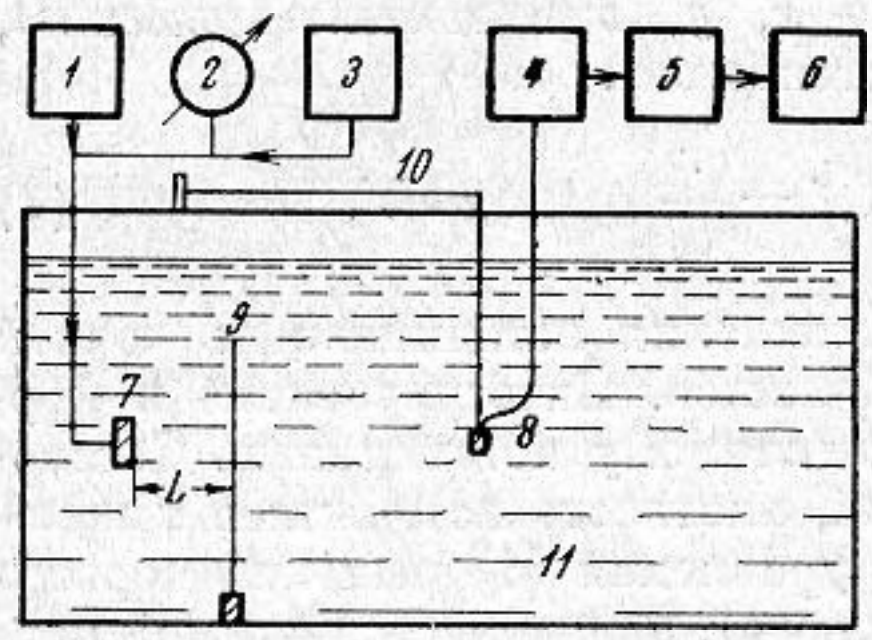
$$p(0,\vartheta) = \frac{\left(2 + \frac{B}{A}\right)(\omega_1 - \omega_2)^2 p_1 p_2 abL}{8\pi r_0 \rho_0 c_0^4} F(0,\vartheta) \qquad (3)$$

есть амплитуда давления в рассеянном излучении, функция

$$F(0,\vartheta) = \frac{\sin\left[\pi\frac{L}{\Lambda}(\cos\vartheta - 1)\right]}{\pi\frac{L}{\Lambda}(\cos\vartheta - 1)}\;\frac{\sin\left(\pi\frac{a}{\Lambda}\sin\vartheta\right)}{\pi\frac{a}{\Lambda}\sin\vartheta} \qquad (4)$$

определяет направленность, $\Lambda = \frac{2\pi c_0}{\omega_1 - \omega_2}$ — длина волны рассеянного звука.

Ниже описывается постановка опытов по измерению уровня рассеянного звука и его угловой зависимости и приводятся полученные результаты. Для получения хорошей коллимации первичных пучков их частоты были выбраны достаточно большими. Разностная частота $\omega_1 - \omega_2$ была выбрана малой по сравнению с первичными с тем, чтобы можно было пренебречь поглощением рассеянных волн. Наряду с проверкой теоретических выражений (3) и (4) представлялось интересным выяснить причины несовпадения экспериментально снятой Беллином и Бейером [3] угловой зависимости сигнала разностной частоты с теоретически полученной Вестервельтом [2].



Фиг. 1

На фиг. 1 приведена блок-схема экспериментальной установки по измерению рассеянного сигнала от параллельных пучков, созданных в воде одним излучателем, где *1* — генератор сигнала высокой частоты ω_1, *2* — вольтметр, *3* — генератор сигнала высокой частоты ω_2, *4* — электрический фильтр, выделяющий частоту $\omega_1 - \omega_2$, *5* — усилитель сигнала низкой частоты $\omega_1 - \omega_2$, *6* — осциллограф, *7* — излучатель акустических колебаний, *8* — приемник акустических колебаний, *9* — акустический фильтр, *10* — рычаг поворотного устройства, *11* — ванна с водой размером $200 \times 80 \times 45$ *см*^{3}.

С генераторов *1* и *3* напряжения электрических сигналов с частотами $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 5039$ *кгц* и $f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = 5000$ *кгц* подавались на один излучатель *7*. Генераторы имели импульсный режим работы с длительностью импульса 200—300 *мксек* в отличие от непрерывного режима работы аналогичных генераторов в работе [3]. Импульсный режим позволил при измерениях избавиться от влияния отражений акустических сигналов от поверхности воды и стенок ванны. Излучателем *7* являлась прямоугольная кварцевая пластинка *X*-среза размерами 30×15 *мм*^{2} при толщине 0,6 *мм*. Таким образом, в воде создавались два ультразвуковых пучка, совпадавших по направлению распространения. Интенсивность в каждом пучке (в импульсе) могла достигать значений порядка 0,2 *вт/см*^{2}.

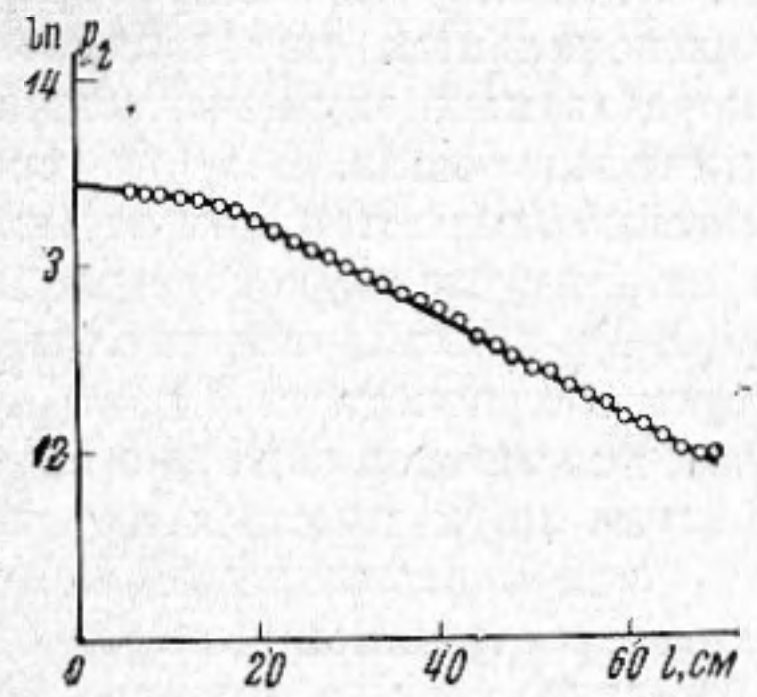
Звуковой сигнал разностной частоты $f_1 - f_2 = 39$ *кгц*, возникающий в воде в результате взаимодействия исходных сигналов, принимался приемником *8*, который представлял собой цилиндрик из титаната бария диаметром 10 и высотой 10 *мм*. На частоте 39 *кгц* его чувствительность составляла 5 *мкв* $(дин/см^2)^{-1}$. В то же время его чувствительность на частоте 5000 *кгц* была на 50 *дб* меньше. Приемник *8* крепился на рычаге *10* поворотного устройства и мог свободно обходить в горизонтальной плоскости вокруг области взаимодействия для измерения диаграммы направленности рассеянного излучения. Переменное напряжение сигнала разностной частоты с пьезоприемника *8* поступало на вход электрического фильтра *4* и далее на усилитель *5* и осциллограф *6*. Электрический фильтр настраивался на частоту 39 *кгц* и давал дополнительное ослабление сигнала частоты 5000 *кгц* на 66 *дб*.

Акустический фильтр *9* в виде тонкой металлической пластинки применялся для создания необходимой длины *L* области взаимодействия. Это обеспечивалось тем, что он перекрывал собой исходные пучки так, что ослаблял интенсивность каждого из них в направлении первоначального

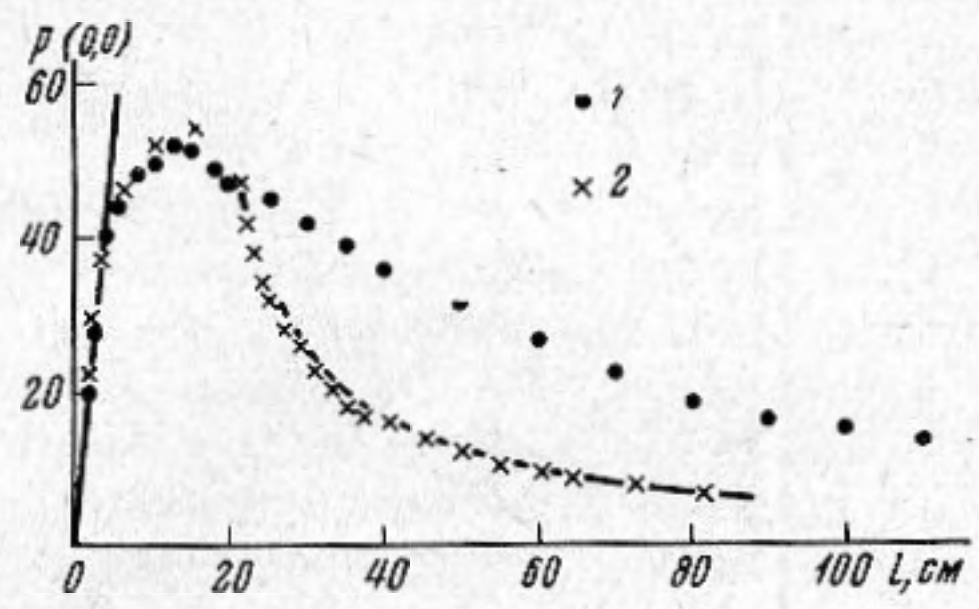
распространения не менее чем на 20 *дб*. В то же время сигнал разностной частоты проходил через него практически без ослабления.

Механические устройства установки позволяли производить как поворот и смещение пьезоприемника *8*, так и перемещение излучателя *7* вдоль ванны. Вся приемно-передающая аппаратура была выбрана и настроена так, что ее собственная нелинейность была на несколько порядков меньше нелинейности среды, обусловливающей взаимодействие сигналов.

Измерения в поле первичных пучков показали, что если длину пучков в направлении распространения не ограничивать акустическим фильтром *9*, то их интенсивность в пределах лабораторной ванны может быть значительной. На расстоянии $l = 70$ *см*



Фиг. 2



Фиг. 3

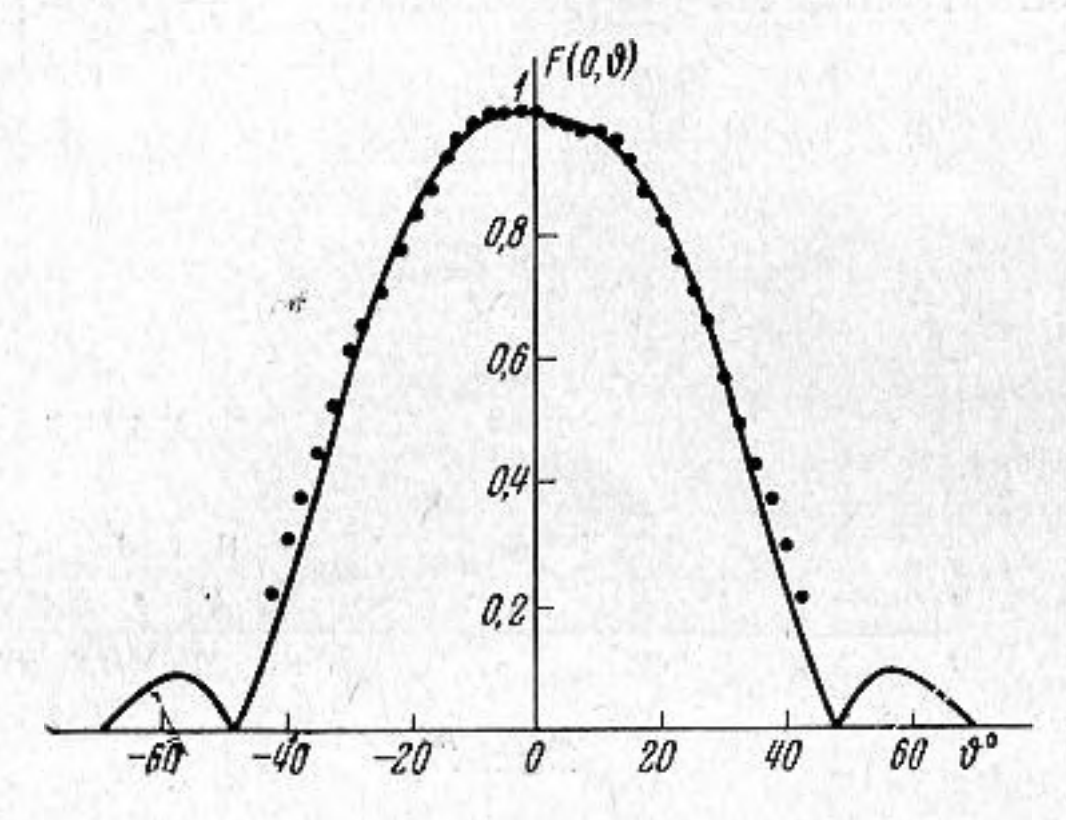
от излучателя амплитуда звукового давления в пучках уменьшалась только в 4 раза по сравнению с амплитудой вблизи излучателя. Это видно из экспериментально полученной зависимости логарифма амплитуды давления вдоль первичного пучка, имеющего частоту колебаний 5000 *кгц*, которая приведена на фиг. 2. Точки на фиг. 2 показывают экспериментальные значения логарифма амплитуды звукового давления, измеренной в *дин/см*^{2}, на различных расстояниях l от излучателя.

Для интерпретации экспериментальных данных, приведенных ниже, полученных при измерениях в поле сигнала разностной частоты в отсутствие фильтра *9*, существенное значение имеет ослабление интенсивности первичных пучков с расстоянием. Оно может быть охарактеризовано коэффициентом ослабления $\alpha = \frac{1}{l_2 - l_1} \ln N$, где N — отношение амплитуд звукового давления в первичном пучке на расстояниях l_1 и l_2. На фиг. 2 видны два участка с различными значениями α, которые определяются тангенсами угла наклона прямых, проведенных через экспериментальные точки. Вблизи излучателя, в пределах $0 \leqslant l \leqslant 13$ *см* коэффициент ослабления α близок к экспериментальному значению коэффициента поглощения акустических волн бесконечно малой амплитуды ($\alpha_1 = 7{,}3 \cdot 10^{-3}$ *см*$^{-1}$ при температуре воды 16°), в промежутке 13 *см* $\leqslant l \leqslant$ 70 *см* он превышает α_1 примерно в 3,5 раза ($\alpha_2 = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ *см*$^{-1}$). В уменьшении интенсивности пучков с расстояния $l = 13$ *см* начинают играть заметную роль повышенное поглощение звуковых волн конечной амплитуды и другие возможные факторы.

На фиг. 3 приведены результаты измерения амплитуды давления сигнала разностной частоты $p(0, 0)$ (в давлениях осциллографа) на оси пучков в зависимости от расстояния l до излучателя *7* для двух случаев: 1) в отсутствие акустического фильтра *1*, 2) при наличии акустического фильтра *2*. Положение акустического фильтра во втором случае отмечено на фиг. 3 стрелкой сверху ($L = 20$ *см*). Сплошными линиями показаны

линейная зависимость (из начала координат) и кривая, выражающая убывание амплитуды звукового давления по сферическому закону вида $p(0,0)=\frac{517}{l-10}$, где l выражено в сантиметрах, соответствующая зависимости, отмеченной крестиками для l, бóльших 20 *см*. Начальная интенсивность в каждом пучке была около 0,1 *вт/см*^{2} ($p_1 = p_2 = 5{,}5 \cdot 10^5$ *дин/см*^{2}).

Из фиг. 3 видно, что при малых l амплитуда звукового давления сигнала разностной частоты линейно растет с расстоянием. Это доказывает, что роль других нелинейных эффектов (например, радиационного давления, нелинейности аппаратуры), пропорциональных интенсивности высокочастотных звуковых сигналов, ничтожно мала. В то же время линейно возрастающая зависимость амплитуды звукового давления $p(0,0)$ вблизи излучателя *7* согласуется с расчетами Лэмба [4], который рассмотрел задачу о взаимодействии двух плоских акустических волн с различными частотами, распространяющихся от одного излучателя в среде без поглощения. При увеличении расстояния l рост амплитуды на разностной частоте замедляется, а затем прекращается и начинается убывание амплитуды. Это легко можно объяснить изменением интенсивности первичных взаимодействующих пучков. Помещение на пути пучков акустического фильтра *9*, значительно ослабляющего пучки, вызывает более быстрое убывание амплитуды $p(0,0)$.



Фиг. 4

В опытах, поставленных с целью проверки справедливости выражений (3) и (4), акустический фильтр *9* помещался на небольших расстояниях от излучателя *7*, где еще наблюдался рост амплитуды $p(0,0)$ с расстоянием. На фиг. 4 приведен график угловой зависимости $F(0,\vartheta)$ рассеянного сигнала разностной частоты $f_1 - f_2 = 39$ *кгц*. Здесь сплошная кривая — теоретическая, построенная по формуле (4), в которой принято $L=3\Lambda=11{,}3$ *см*, $a=3$ *см* (ширина кварца). Точки отвечают экспериментальным значениям, полученным для тех же параметров a, L при использовании фильтра *9* для ограничения длины области взаимодействия. Зависимость $F(0,\vartheta)$ была снята в пределах углов от $-42°$ до $+42°$, так как при бóльших углах рассеянный сигнал был слабым, сравнимым с уровнем шумов. В этих опытах длина плеча рычага *10*, соответствующая расстоянию r_0 в формулах, была равна 32 *см*, а его ось устанавливалась над центром области взаимодействия. Эта длина выбиралась по возможности большей, чтобы лучше удовлетворить условиям измерений в волновой зоне; при этом учитывались дополнительные требования: рассеянный сигнал должен был быть достаточен для измерения диаграммы направленности, и отражения от поверхности воды и стенок ванны при больших углах ϑ не должны были создавать заметных помех. Из фиг. 4 видно, что теоретически рассчитанные и экспериментально измеренные диаграммы направленности рассеянного сигнала находятся в хорошем согласии между собой в пределах тех углов ϑ, для которых можно было экспериментально получить угловую зависимость.

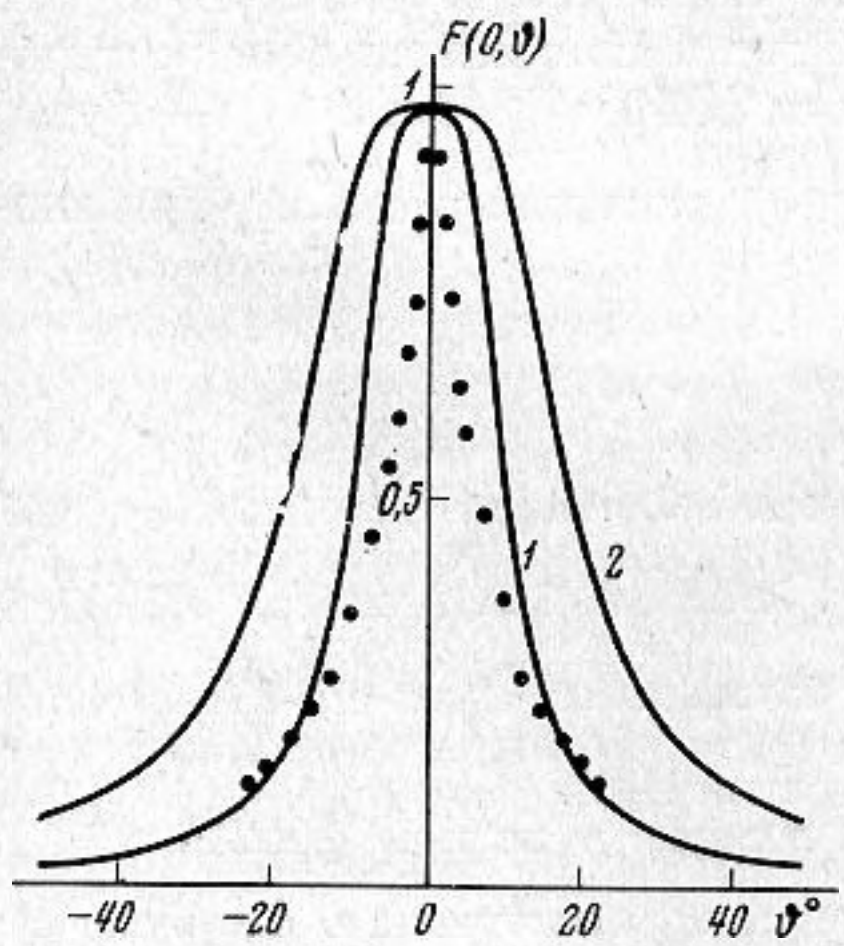
При количественной проверке выражения (3) для амплитуды звукового давления в рассеянном поле необходимо знать абсолютные значения давлений p_1 и p_2 в первичных пучках. Для их измерения нами было

использовано явление дифракции света на ультразвуке [5]. Таким образом был прокалиброван излучатель *7*, напряжение на котором было сопоставлено с амплитудой звукового давления в пучке. Абсолютная величина звукового давления сигнала разностной частоты измерялась в максимуме диаграммы направленности (при $\vartheta = 0$) пьезоприемником *8*. Акустический фильтр был установлен на расстоянии $L = 10$ *см* от излучателя *7*. Результаты измерений $p(0, 0)$ на частоте $f_1 - f_2 = 39$ *кгц* при начальных амплитудах давления в первичных пучках $p_1 = p_2 = 5{,}6 \cdot 10^5$ *дин/см*^{2}, в некоторых точках, находящихся на расстоянии r_0 от излучателя *7*, приведены в таблице. Во втором столбце таблицы даны значения $p(0, 0)$, рассчитанные по формуле (3). При расчете принимались следующие значения величин, входящих в выражение (3): $\vartheta = 0$, $a = 3$ *см*, $b = 1{,}5$ *см*, $\frac{B}{A} = 7$, $\rho_0 = 1$ *г/см*^{3}, $c_0 = 1{,}47 \cdot 10^5$ *см/сек* (при температуре воды 16° С). В третьем столбце таблицы приведены значения давления, полученные при экспериментах, когда это давление измерялось калиброванным пьезоприемником *8*.

r_0, *см*	$p(0, 0)$, *дин/см*^{2}	
	теоретич.	эксперим.
45	14,4	9,6
50	13	8,5
55	11,8	7,5
60	10,8	6,9

Из таблицы видно, что теоретически рассчитанные и экспериментально измеренные значения $p(0, 0)$ по порядку величины совпадают. Это совпадение следует считать удовлетворительным при тех точностях, с которыми измерялись все величины, входящие в выражение (3), а также при экспериментальном определении $p(0, 0)$ с помощью калиброванного пьезоприемника.

В отсутствие специальной границы, устанавливаемой с целью ограничения длины пучков в направлении их распространения, область взаимодействия пучков ограничивается уменьшением интенсивности пучков с расстоянием. В этом случае при условии $L \gg 1 / \alpha$ вместо выражения (3) можно воспользоваться выражением для интенсивности рассеянного поля (13) из работы Вестервельта [2], который рассматривал как раз такой случай. Отметим, что выражение Вестервельта справедливо для постоянных и малых значений α и при условии, когда длина волны рассеянного звука Λ больше поперечных размеров области взаимодействия пучков a. Последнее условие выполнялось в настоящей работе и не выполнялось в работе [3]. Поскольку в соответствии с фиг. 2 коэффициент ослабления α мог быть определен экспериментально, то представлялось интересным сравнить экспериментально полученные в настоящей работе угловые зависимости сигнала разностной частоты с теоретическими, рассчитанными по формуле Вестервельта [2].



Фиг. 5

На фиг. 5 приведены графики угловой зависимости амплитуды давления сигнала разностной частоты 39 *кгц*, построенные для случая, когда длина пучков не ограничивалась специальной преградой. На ней сплошными кривыми *1* и *2* показаны теоретические диаграммы направленности $F(0, \vartheta)$ для амплитуды звукового давления рассеянного сигнала, построенные по формуле (13) работы [2]. Для расчета этих кривых были приняты следующие значения величин, входящих в упомянутое выражение: $f_1 - f_2 = 39$ *кгц*, $c_0 = 1{,}47 \cdot 10^5$ *см/сек*, $a = 3$ *см* (поперечный размер излучающего кварца), $\alpha_1 = 7{,}3 \cdot 10^{-3}$ *см*$^{-1}$

(для кривой *1*), $\alpha_2 = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ *см*$^{-1}$ (для кривой *2*). Значения α_1 и α_2 взяты из графика, приведенного на фиг. 2. Как значения α_1, так и значения α_2 были приняты одинаковыми для обоих пучков, вследствие близости частот ω_1 и ω_2.

Точки на фиг. 5 представляют собой экспериментально снятую угловую зависимость амплитуды звукового давления сигнала той же частоты 39 *кгц*, полученную в отсутствие акустического фильтра *9*. Начальные интенсивности пучков были равны 0,16 *вт/см*^{2}; при измерении угловой зависимости пьезоприемник *8* находился на расстоянии 80 *см* от излучателя *7*. Как видно из фиг. 5, экспериментальная зависимость значительно отличается от теоретических (максимум является более узким). Такое различие, по-видимому, можно объяснить тем, что экспериментальные данные снимались не в зоне Фраунгофера, а в ближней зоне, включающей область расположения источников рассеянных сигналов. При малых углах ϑ, когда пьезоприемник *8* находился на оси незначительно ослабленных пучков, при отсутствии фильтра *9*, значительный вклад в амплитуду $p(0, 0)$ давали сигналы разностной частоты, образованные в непосредственной близости к пьезоприемнику. При выходе из пучка уровень измеряемых сигналов резко падал.

Исходя из этих результатов, можно указать на две причины, в силу которых в работе [3] экспериментально снятая диаграмма направленности могла быть значительно уже теоретической, рассчитанной по формуле (13) работы [2]. В опытах работы [3] длина резервуара с водой была равна всего 35 дюймам. Очевидно, что при такой длине резервуара измерения угловой зависимости сигнала разностной частоты производились в зоне, где пучки еще имели большую интенсивность, а не в зоне Фраунгофера. На это указывается и в работе [3].

Если бы даже измерения в работе [3] проводились в зоне Фраунгофера, то и в этом случае теоретическая кривая, рассчитанная Вестервельтом, была бы шире измеренной, так как первая была получена в предположении о линейном распределении источников рассеянных сигналов по области взаимодействия. В общем случае необходимо учитывать распределение источников не только по длине пучков, но и по их сечению. В случае круглого излучателя диаметра a это приводит к появлению дополнительного множителя в диаграмме направленности $2J_1(\beta) / \beta$ (где $J_1(\beta)$ — функция Бесселя первого порядка, $\beta = \pi \frac{a}{\Lambda} \sin \vartheta$, который при $\frac{a}{\Lambda} \gg 1$ значительно обостряет последнюю.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. J. Westervelt. Scattering of sound by sound. J. Acoust. Soc. America, 1957, 29, 2, 199—203.
2. P. J. Westervelt. Parametric acoustic array. J. Acoust. Soc. America, 1963, 35, 4, 535—537.
3. J. L. S. Bellin, R. T. Beyer. Experimental investigation of an end-fire array. J. Acoust. Soc. America, 1962, 34, 8, 1051—1054.
4. Г. Лэмб. Динамическая теория звука. М., Физматгиз, 1960.
5. Л. Бергман. Ультразвук и его применение в науке и технике. М., ИЛ, 1956.

Радиофизический институт при Горьковском государственном университете

Поступила в редакцию 10 декабря 1965 г.