АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XIV 1968 Вып. 1

УДК 534.221

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА ВО ВЛАЖНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

В. В. Иванов, Ю. А. Медведев, Б. М. Степанов

Рассмотрено распространение звука во влажной пористой среде при низких частотах. Установлено, что поперечные волны затухают быстрее продольных. Вычислена скорость звука и коэффициент поглощения.

Распространение звука во влажной пористой среде изучалось в работах [1, 3] и ряде других. В работе [1] рассматривается среда, поры которой полностью заполнены водой; применяется макроскопическое описание среды, усредненное по масштабам, большим по сравнению с размерами пор. При этом используется следующая связь между давлением в жидкости $p_в$ и давлением в остове p_0

$$p_0 = \frac{K}{K_0} p_в,$$

K, K_0 — модули сжатия воды и материала остова, что физически мало обосновано.

В работах [2, 3] термодинамическое описание среды проводится более последовательно, однако в уравнения входит параметр β, связывающий давление в твердой структуре с давлением в жидкости, кинетическое происхождение и величина которого не выясняются.

Ниже рассматривается пористое твердое тело с сообщающимися порами [4, 5], частично заполненными водой. Величина β, связывающая давление в твердой структуре с давлением в жидкости, находится из условия стационарности среды. Вычисляются дисперсионные характеристики такой среды.

Следует отметить, что при изучении распространения звука в дисперсной среде (см., например, [6, 7]) обычно используют модель, в которой твердые частицы взвешены в жидкости. В такой среде поперечные волны не распространяются и связь давлений в твердом теле и жидкости не определяется выведенным ниже соотношением.

Ограничиваемся рассмотрением низкочастотных колебаний. Как известно [8, 9], влажная пористая среда характеризуется следующими статическими макроскопическими параметрами: K, μ — модули сжатия и сдвига (*г/см сек*^{2}), ρ_1, ρ — плотность сухого грунта и жидкости *г/см*^{3}, f — коэффициент пористости, m — весовая влажность грунта (отношение массы воды к массе сухого грунта), W — коэффициент фильтрации грунта *см*^{4}*/сек*. Уравнения движения остова принимаются в виде [1]

$$\rho_1 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \left(K + \frac{4}{3}\mu\right) \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} + \alpha \left(v_i - \frac{\partial u_i}{\partial t}\right) \frac{\rho_1}{\rho} m$$

и уравнение движения жидкости

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \beta\left(K + \frac{4}{3}\mu\right)\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_i \partial x_l} - \alpha\left(v_i - \frac{\partial u_i}{\partial t}\right).$$

В этих уравнениях u_i и v_i — смещение грунта и скорость жидкости в точке x в момент времени t; $\alpha = g/W$, g — ускорение силы тяжести. В уравнениях мы пренебрегли членами, связанными со сжимаемостью жидкости, которые учтены в работах [2, 3].

Связь давления в воде с давлением в среде можно найти, рассматривая условия статического равновесия тела в поле сил тяжести. Можно было бы предположить, что градиенты давлений в среде и жидкости одинаковы. Однако можно видеть, что при таком предположении, вследствие закона Архимеда, среда была бы неустойчивой при плотности остова, не равной плотности воды, что неверно. Найдем связь между градиентами давлений.

В поле тяжести на остов действует вертикальная объемная сила с плотностью $8_z = \rho_{ср} g$

$$\rho_1(1+m)g \equiv \rho_{ср} g = f_z. \tag{1}$$

В условиях равновесия эта сила вызывает градиент давления

$$\left(K + \frac{4}{3}\mu\right)\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial u_l}{\partial x_l} = f_z = \rho_{ср} g. \tag{2}$$

Если жидкость в порах не фильтруется, то часть давления, которая перераспределяется на жидкость, уравновешивает объемную силу, действующую на нее:

$$\beta\left(K + \frac{4}{3}\mu\right)\frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial u_l}{\partial x_l} = \rho g. \tag{3}$$

Сравнивая формулы (2) и (3), получаем

$$\beta = \frac{\rho}{\rho_{ср}}. \tag{4}$$

Будем считать формулу (4) справедливой и в случае динамическом.

С учетом сказанного выше, уравнения распространения деформаций во влажной пористой среде можно написать в следующем виде:

$$\begin{gathered}\rho\frac{\partial v_i}{\partial t} = -\frac{\rho}{\rho_{ср}}\left(K + \frac{4}{3}\mu\right)\frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial u_l}{\partial x_l} - \alpha\left(v_i - \frac{\partial u_i}{\partial t}\right),\\ \rho_1\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \left(K + \frac{4}{3}\mu\right)\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_i \partial x_l} + \mu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_l^2} + \rho_1\frac{\alpha m}{\rho}\left(v_i - \frac{\partial u_i}{\partial t}\right).\end{gathered} \tag{5}$$

Уравнение для дисперсии звуковых волн можно получить, если искать решения уравнений (5) в виде

$$v_i(x, t) = v_i^0 \exp\left[i(kx - \omega t)\right], \quad u_i(x, t) = u_i^0 \exp\left[i(kx - \omega t)\right],$$

причем величины v_i^0 и u_i^0 находятся как собственные векторы уравнений

$$\begin{gathered}-i\omega\rho v_i^0 = -\left(K + \frac{4}{3}\mu\right)\frac{\rho}{\rho_{ср}} k_i k_l u_l^0 - \alpha v_i^0 - i\omega\alpha u_i^0,\\ -\omega^2\rho_1 u_i^0 = -\left(K + \frac{1}{3}\mu\right) k_i k_l u_l^0 + \alpha\frac{m\rho_1}{\rho} v_i^0 + i\omega\alpha\frac{m\rho_1}{\rho} u_i^0 - \mu k^2 u_i^0.\end{gathered} \tag{6}$$

Можно видеть, что уравнения (6) имеют решения в виде продольных и поперечных волн. Для продольных волн соотношения (6) дают дисперсионное уравнение:

$$k^2 = \frac{\omega^2\rho_1}{K + \frac{4}{3}\mu}\left\{1 + \alpha m^2\frac{\alpha(1+2m) + i(1+m)\omega\rho}{\alpha^2(1+2m)^2 + (1+m)^2\omega^2\rho^2}\right\}. \tag{7}$$

Для поперечных волн уравнения (6) переписываются следующим образом:

$$i\omega\rho v_i^0 = -\alpha v_i^0 - i\omega\alpha u_i^0,$$

$$-\omega^2\rho_1 u_i^0 = -\mu k^2 u_i^0 + \frac{\alpha m\rho_1}{\rho} v_i^0 + \frac{i\omega\alpha m\rho_1}{\rho} u_i^0. \tag{8}$$

Эти уравнения приводят к следующему дисперсионному уравнению для поперечных волн:

$$k^2 = \frac{\rho_1}{\mu}\omega^2\left[1 + \frac{m\alpha^2}{\alpha^2+\omega^2\rho^2} + i\frac{m\alpha\omega\rho}{\alpha^2+\omega^2\rho^2}\right]. \tag{9}$$

Помимо выделенных корней (9), уравнения (6) имеют корень $\omega = i\alpha/\rho$, не зависящий от k.

Соотношения (7) и (9) определяют фазовую и групповую скорости продольных и поперечных волн, а также их затухание. Например, фазовая скорость звука c_Φ, показатель преломления n и коэффициент затухания $\varkappa$ имеют вид

$$c_\Phi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{A+\sqrt{A^2+B^2}}},$$

$$\frac{n}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{A+\sqrt{A^2+B^2}}, \quad \frac{\varkappa}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{-A+\sqrt{A^2+B^2}},$$

где c — скорость звука в сухом грунте. Параметры A и B для продольных волн выражаются так:

$$A \equiv \frac{\rho_1}{K+\frac{4}{3}\mu}\left\{1 + \frac{\alpha^2 m^2(1+2m)}{\alpha^2(1+2m)^2+(1+m)^2\omega^2\rho^2}\right\},$$

$$B \equiv \frac{\rho_1}{K+\frac{4}{3}\mu}\cdot\frac{(1+m)\omega\rho\alpha m^2}{\alpha^2(1+2m)^2+(1+m)^2\omega^2\rho^2},$$

и для поперечных волн

$$A \equiv \frac{\rho_1}{\mu}\left(1 + \frac{m\alpha^2}{\alpha^2+\omega^2\rho^2}\right); \quad B \equiv \frac{m\rho}{\mu}\frac{\alpha\omega\rho}{\alpha^2+\omega^2\rho^2}.$$

При малых частотах $\rho\omega/\alpha \ll 1$ дисперсионное уравнение принимает вид

$$k^2 = \frac{\rho_1\omega^2}{K+\frac{4}{3}\mu}\left[1 + \frac{m^2}{1+2m} + i\frac{\omega\rho m^2(1+m)}{\alpha(1+2m)^2}\right]$$

для продольных волн и

$$k^2 = \frac{\rho_1\omega^2}{\mu}\left[1 + m + i\frac{\omega\rho m}{\alpha}\right]$$

для поперечных волн. Скорости звука в этом случае для продольных $c_\parallel$ и поперечных $c_\perp$ волн будут

$$c_\parallel = \sqrt{\frac{K+\frac{4}{3}\mu}{\rho_1}\frac{1+2m}{(1+m)^2}} \qquad c_\perp = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_1}\frac{1}{1+m}}$$

и, соответственно, коэффициенты поглощения

$$\varkappa_\parallel = \frac{1}{2}\frac{\omega\rho}{\alpha}\frac{m^2}{(1+2m)^{3/2}}, \quad \varkappa_\perp = \frac{1}{2}\frac{\omega\rho}{\alpha}\frac{m}{(1+m)^{1/2}}.$$

При малых влажностях отношение коэффициентов затухания $\varkappa_{\parallel}/\varkappa_{\perp}$ оказывается пропорциональным m, т. е. продольные волны затухают слабее поперечных.

Из последних соотношений видно, что при $m \to 0$ $c_{\text{ф}\perp} \to \sqrt{\mu/\rho_1}$, т. е. упругие волны распространяются лишь по остову; при малых частотах коэффициент поглощения $\mu \to 0$, а значение $c_{\text{ф}}$ определяется некоторой эффективной величиной $c_{\text{ф}} = c/\sqrt{1+m}$ для поперечных волн и $c_{\text{ф}} = c\dfrac{(1+2m)^{1/2}}{1+m}$ для продольных, т. е. фактически влияние жидкости сводится к увеличению плотности остова и модуля сжатия.

При вычислениях, проведенных выше, не рассмотрен ряд вопросов, связанных с термодинамикой среды. Однако в предположении малых частот звуковых волн естественно брать изотермические значения констант, как и в стационарном случае.

Полученные результаты могут представлять интерес в задачах интерпретации данных сейсморазведки. Как и в работе [1], они определяют сейсмоэлектрический эффект во влажном грунте.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. И. Френкель. Собрание избранных трудов. М.— Л., Изд-во АН СССР, 1958, т. II.
2. M. A. Biot. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipatite media. J. Acoust. Soc. America, 1962, **34**, 1254, 1264.
3. M. A. Biot. The mechanics of deformation and acoustic propagations in porous. media. J. Appl. Phys., 1962, **33**, 1482—1498.
4. Р. Коллинз. Течения жидкостей через пористые материалы. М., «Мир», 1964, стр. 9.
5. К. Цвиккер, К. Костен. Звукопоглощающие материалы. М., ИЛ, 1952, гл. 3.
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГТТИ, 1953. стр. 98.
7. В. С. Нестеров. Вязко-инерционная дисперсия и затухание звука в суспензии высокой концентрации. Акуст. ж., 1959, **5**, 3, 337—344.
8. В. А. Флорин. Основы механики грунтов. М., Госстройиздат, 1959.
9. В. И. Аравин, С. Н. Нумеров. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде. М., ГТТИ, 1953.

Москва

Поступила в редакцию
12 июля 1966 г.