УДК 534.26

К РАСЧЕТУ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗВУКА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ В ПОТОКЕ

Л. М. Лямшев

Пусть ось оболочки, шарнирно закрепленной на участке $0 \leqslant x \leqslant d$ в жестком неподвижном безграничном экране, радиус которого равен радиусу a оболочки, совпадает с осью x цилиндрической системы координат r, φ, x. Предположим, что направление движения потока однородного газа или жидкости относительно оболочки совпадает с положительным направлением оси x. Пусть на оболочку действуют некоторые гармонические силы $F^{(1)}(a, \varphi, x) \exp(-i\omega t)$ и моменты $M^{(1)}(a, \varphi, x) \exp(-i\omega t)$, конкретные значения которых мы укажем ниже, и требуется определить поле излучения оболочки на больших расстояниях.

Решение краевой задачи излучения можно написать немедленно, если воспользоваться асимптотической формулой, которая следует из интегрального соотношения типа теоремы взаимности, связывающего решения сопряженных краевых задач дифракции и излучения звука в движущейся однородной среде [1]. Эта формула имеет вид

$$p^{(1)}(\mathbf{r}_1) \approx \frac{(1-\beta_2)\exp[i\hat{k}(R_1-\beta x_1)]}{4\pi R_1}\left\{\int\limits_S \frac{\partial}{\partial n}\tilde{p}^{(2)}(\mathbf{r})F^{(1)}(\mathbf{r})\,dS(\mathbf{r})+\right.$$

$$\left.+\oint\limits_\Gamma \frac{\partial^2}{\partial\nu\,\partial n}\tilde{p}^{(2)}(\mathbf{r})M^{(1)}(\mathbf{r})\,d\Gamma(\mathbf{r})\right\}. \tag{1}$$

Здесь $R_1 = \sqrt{x_1^2 + (1-\beta^2)r_1^2}$, $\tilde{p}^{(2)}(\mathbf{r})$ — решение сопряженной краевой задачи о дифракции плоской звуковой волны на оболочке в движущейся среде, n — внешняя к поверхности S оболочки нормаль, ν — внешняя нормаль к контуру Γ на поверхности оболочки, вдоль которого на оболочку действуют сторонние моменты, $\hat{k} = k/1-\beta^2$, $k = \omega/c$, ω — круговая частота, c — скорость звука в неподвижной среде и β — число Маха; множитель $\exp(-i\omega t)$ мы, как обычно, всюду опускаем.

Нормальная производная давления в звуковом поле на поверхности оболочки связана с нормальными скоростями смещений по поверхности оболочки $\omega(a, \varphi, x)$ соотношением

$$\frac{\partial\tilde{p}^{(2)}}{\partial n} = i\omega\rho\left(1 - i\frac{\beta}{k}\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 w(a, \varphi, x). \tag{2}$$

На основании решения задачи о рассеянии плоской звуковой волны, ограниченной оболочкой, шарнирно закрепленной в жестком экране [2], напишем

$$w(a, \varphi, x) = \sum_{mn} \frac{G_{mn}}{Z_{mn} + Z_{mnmn}} \cos m\varphi \sin\frac{\pi n x}{d}. \tag{3}$$

Здесь ρ — плотность среды, Z_{mn} — механический импеданс и Z_{mnmn} — импеданс излучения ограниченной цилиндрической оболочки в экране, поверхность которой совершает колебания, соответствующие собственной форме колебаний номера mn. Выражения, которые можно использовать для вычисления значения импедансов, приведены в работе [2]. Волнистая черта означает, что соответствующее выражение должно быть получено при условии, что решается сопряженная краевая задача, т. е. в приведенных в работе [2] формулах знак перед числом Маха следует изменить на обратный.

Напомним, что механический импеданс оболочки в зависимости от ее параметров, номера колебаний mn и частоты ω носит либо упругий, либо инерционный характер и, если не принимаются во внимание внутренние потери в материале оболочки, его действительная часть равна нулю. Импеданс излучения является комплексным, его действительная часть обусловлена излучением колебаний в окружающую среду, а мнимая часть носит характер либо присоединенной массы, либо упругости.

Пользуясь уже известным решением задачи о рассеянии плоской волны, ограниченной цилиндрической оболочкой, получаем

$$\tilde{G}_{mn} = -\frac{2i^{m+1}\varepsilon_m \cos m\varphi_1}{\pi\alpha_r a H_m'^{(1)}(\alpha_{0r}a)}\left\{\frac{\exp[i(\pi n - \alpha_x d)] - 1}{\pi n - \alpha_x d} + \frac{\exp[-i(\pi n + \alpha_x d)] - 1}{\pi n + \alpha_x d}\right\}, \tag{4}$$

где $\alpha_x = \hat{k}(\sin\theta_1 - \beta)$; $\alpha_r = \hat{k}\sqrt{1-\beta^2}\cos\theta_1$; θ_1, φ_1 — углы падения плоской звуковой волны на оболочку, соответственно, в плоскости оси и в плоскости сечения оболочки. Отсчет углов производится согласно выбранному направлению распространения плоской волны в цилиндрической системе координат r; φ; x и при движении среды в сторону отрицательных значений x: $p_i = \exp[-i\alpha_x x + i\alpha_r(\varphi - \varphi_1)r]$; $\varepsilon_m = 1$; $m = 0$; $\varepsilon_m = 2$; $m = 1, 2, \ldots$, $H_m'^{(1)}(\alpha_r a)$ — функция Ганкеля первого рода порядка m; штрих означает производную по аргументу.

Формулы (1)—(4) позволяют определить величину звукового давления в поле излучения оболочки на больших расстояниях ($R_1 > kd^2$), если заданы сторонние силы и моменты.

Рассмотрим частный случай. Пусть оболочка совершает колебания под действием сосредоточенной силы $F^{(1)}(a; \varphi; x) = F_0\delta(\varphi - \pi)\delta\left(x - \dfrac{d}{2}\right)$. На основании формул (1) — (4), напишем

$$p^{(1)}(r_1) \approx \frac{F_0(1-\beta^2)\omega\rho}{2\pi^2 d^2 R_1} \exp[\hat{i}kR_1(1 - \beta\sin\theta_1)] \sum_{m,n}^{\infty} \frac{\varepsilon_m i^m \cos m\varphi_1}{H'^{(1)}_m(\alpha_r a)[Z_{mn} + Z_{mnmn}]} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\exp[i(\pi n - \alpha_1 d)] - 1}{\pi n - \alpha_x d} + \frac{\exp[-i(\pi n + \alpha_x d)] - 1}{\pi n + \alpha_x d} \right\} \times$$

$$\times \left[\left(1 + \beta^2 \frac{\pi^2 n^2}{k^2 d^2}\right) \sin\frac{\pi n}{2} - 2i\beta \frac{\pi n}{kd} \cos\frac{\pi n}{2} \right] (-1)^m. \qquad (5)$$

Из выражения (5) следует, что амплитуда давления в поле излучения оболочки может достигать максимума всякий раз, когда выполняются условия $\mathrm{Im}(Z_{mn} + Z_{mnmn}) = 0$, $\pi n = \alpha_x d$ или $\mathrm{Im}(Z_{mn} + Z_{mnmn}) = 0$, $\pi n = -\alpha_x d$.

Эти равенства в случае рассеяния плоской волны ограниченной оболочкой определяют направления так называемого незеркального рассеяния звука [2]. Таким образом, направления максимумов излучения в рассматриваемом случае совпадают с направлениями незеркального рассеяния. Это естественно, поскольку незеркальное рассеяние представляет собой излучение звуковых колебаний оболочкой, возбуждаемой падающей на нее звуковой волной. Следовательно, рассуждения, относящиеся к основным особенностям явления незеркального рассеяния звука ограниченной оболочкой в движущейся среде остаются справедливыми и в рассматриваемом случае. Так, например, число максимумов в характеристике излучения будет определяться количеством свободных нормальных волн, которые будут возбуждаться в оболочке,— другими словами, числом собственных колебаний оболочки, у которых значения собственных частот ω_{mn} совпадают или близки частоте ω внешней силы. Если радиус оболочки велик по сравнению с длиной волны, в материале оболочки, то в области углов излучения θ_1, соответствующих максимумам незеркального рассеяния, обусловленным нормальными волнами низких номеров, амплитуда излучения окажется большей, чем в других направлениях. Излучение в направлении указанных максимумов будет обусловлено одновременным действием нескольких нормальных волн (нескольких собственных колебаний), в то время как в других случаях в излучении будет участвовать только одна волна (одно собственное колебание).

Приведенные здесь соображения, вытекающие из анализа выражения (5) экспериментально подтверждается в частном случае неподвижной среды результатами опытов [3].

Нетрудно рассмотреть другой частный случай, когда оболочка совершает колебания под действием сосредоточенного момента. Результаты, которые получаются в этом случае, принципиально не отличаются от только что рассмотренных. Можно получить решение и более сложных краевых задач излучения.

В заключение заметим, что значения угла θ_1, вообще говоря, взяты здесь в так называемой поджатой системе координат. Для того, чтобы перейти к значениям угла падения θ в системе координат r; f; x, надо воспользоваться соотношением

$$\sin\theta_1 - \beta = \sin\theta \,/\, (1 + \beta\sin\theta).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Лямшев. О некоторых интегральных соотношениях в акустике движущейся среды. Докл. АН СССР, 1961, 138, 3, 575—578.
2. Л. М. Лямшев. Отражение звука цилиндрической оболочкой в движущейся среде. Акуст. ж., 1963, 9, 3, 329—335.
3. Л. М. Лямшев, С. Н. Рудаков. Излучение звука пластинками и оболочками в воде. Акуст. ж., 1961, 7, 3, 380—383.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
11 февраля 1967 г.