терферометрическим методом вообще невозможно наблюдать такие виды колебаний, как колебания сдвига по контуру и колебания сдвига по толщине. В то же время методом песчинок эти колебания можно зарегистрировать и получить фигуры Хладни.

Исходя из изложенного, мы сделали попытку совмещения метода песчинок (фигур Хладни) с методом двухлучевой интерференции света. Ниже обсуждаются некоторые полученные результаты.

На фиг. 1 приведена фотография фигуры Хладни, полученная на поверхности пьезокварцевой пластинки, совершающей колебания на частоте 211, 827 *кгц*. На фиг. 2 показана фотография, полученная при совмещенном исследовании колебаний той же пластинки на той же частоте 211, 827 *кгц*. На ней видна лишь часть колеблющейся пластинки, так как пластинка по своим размерам превышала поле зрения интерферометра. Если мы обратим внимание на фигуру Хладни, полученную совместно с модулированной интерференционной картиной, то придем к выводу, что границы колеблющихся зон значительно шире, чем об этом можно заключить из рассмотрения только интерференционной картины. Эти колеблющиеся зоны занимают всю поверхность пьезопластинки и разделяются узловыми линиями, в которых и собираются песчинки, образуя фигуру Хладни.

На фиг. 3, 4 и 5 приведены картины колебаний пьезопластинки на частоте 437,2 *кгц*. На этой частоте пьезопластинка совершает связанное колебание изгиба с амплитудами, которые могут быть значительными в зависимости от величины подаваемого электрического напряжения и близости частоты генератора к собственной частоте пластинки. При этом по изменению интерференционной картины (фиг. 3) можно прийти к заключению, что колеблющиеся зоны занимают почти всю поверхность пьезопластинки, разграничиваясь узловыми линиями. Однако сравнение фиг. 3 и фиг. 4 показывает, что там, где по виду интерференционной картины должна быть узловая область (на концах прямых узловых линий и в промежутках между средними кривыми узловыми линиями) на самом деле ее нет, что видно из рассмотрения фигуры Хладни.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сб. докладов семинара «Излучатели и приемники ультразвуковых колебаний и методы измерения акустических полей», ч. 1, стр. 50—55, Ленинградский дом н.-т. пропаганды, 1966.

Ленинградский кораблестроительный институт

Поступило в редакцию 27 июля 1966 г.

УДК 534.231.1

К ВОПРОСУ О ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛНАХ НА ГРАНИЦЕ ЖИДКОСТИ И ТВЕРДОГО ТЕЛА

И. Д. Иванов

Решениями двумерных уравнений Гельмгольца по переменным x и z для звукового потенциала φ_0 и скалярного и векторного потенциалов φ_l и ψ в соприкасающихся жидкой ($z > 0$) и твердой ($z < 0$) средах являются

$$\varphi_0 = A \exp k(isx - \alpha_0 z), \qquad \varphi_l = B \exp k(isx + \alpha z), \qquad \psi = C \exp k(isx + \beta z), \qquad (1)$$

где A, B, C — постоянные, s — постоянная разделения, $k = \omega / c_0$, $\alpha_0 = \sqrt{s^2 - 1}$, $\alpha = \sqrt{s^2 - n_l^2}$, $\beta = \sqrt{s^2 - n_t^2}$, $n_l = c_0 / c_l$, $n_t = c_0 / c_t$, c_0 — скорость звука, c_l и c_t — скорость распространения продольных и поперечных волн, причем $n_l < n_t < 1$.

Решения (1) удовлетворяют условию при $|z| \to \infty$, если $-\pi / 2 \leqslant \arg \sqrt{s^2 - n^2} < \pi / 2$. Такому выбору значений $\arg \sqrt{s^2 - n^2}$ соответствует верхний лист римановой поверхности, если провести разрез из точки $s = +n$ по вещественной оси до нуля и по положительной мнимой полуоси, обходя начало координат справа. Решения (1) удовлетворяют граничным условиям на границе раздела при s, которые являются корнями уравнения

$$\Delta(s) = 0, \qquad \Delta(s) = (2s^2 - n_t^2)^2 - 4s^2\alpha\beta + mn_t^4 \frac{\alpha}{\alpha_0}, \qquad m = \frac{\rho_0}{\rho}, \qquad (2)$$

где ρ_0 и ρ — плотность жидкости и твердого тела соответственно. На верхнем листе уравнение (2) имеет только вещественные корни [1]. Им соответствуют поверхностные волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. Уравнение (2) имеет и комплексные корни на других листах. Однако в задаче, для которой не сформулировано условие у излучателя, решения в комплексных корнях не удовлетворяют условию при $|z| \to \infty$.

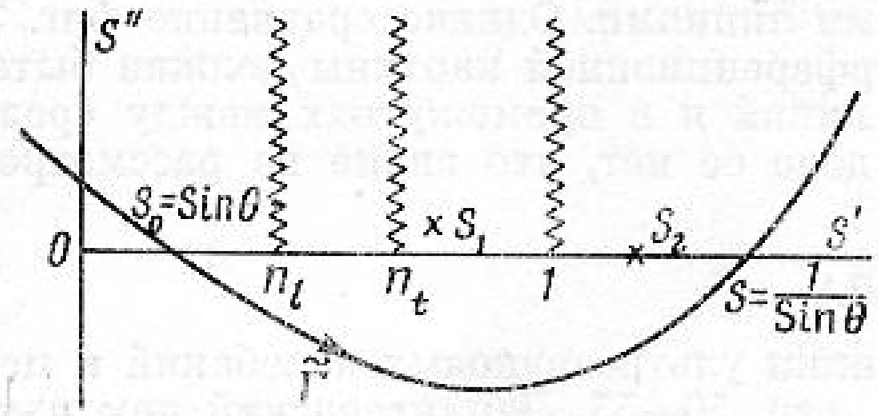
Рассмотрим теперь задачу с условием у излучателя в точке $r = 0$, $z = z_1$. Проведем разрезы из точек $s = n_l$, n_t, 1, как показано на фигуре. В этом случае комплексному корню, лежащему в первой четверти при $-\pi < \arg \sqrt{s^2 - 1} < -\pi/2$, $0 < \arg \sqrt{s^2 - n_{l,t}^2} < \pi/2$ соответствует волна, удовлетворяющая условию на бесконечности. Решение уравнения Гельмгольца для φ_0 в цилиндрических координатах r, z, удовлетворяющее условиям у излучателя, на бесконечности и на границе $z = 0$, представляется в виде суммы $\varphi_0 = \varphi_1' + \varphi$, где φ_1' — сферическая волна,

$$\varphi = \frac{ik}{2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} V(s)\, e^{ik(z+z_1)\sqrt{1-s^2}}\, H_0^{(1)}(krs) \frac{s\,ds}{\sqrt{1-s^2}}, \tag{3}$$

причем

$$V(s) = \frac{\overline{\Delta}(s)}{\Delta(s)}, \quad \overline{\Delta}(s) = (2s^2 - n_t^2)^2 - 4s^2\alpha\beta - mn_t^4 \frac{\alpha}{\alpha_0}.$$

Контур интегрирования обходит особые точки при $s \leqslant 0$ сверху, а при $s > 0$ — снизу. Разрезы показаны на фигуре волнистыми линиями. Комплексный и вещественный полюсы обозначены через s_1 и s_2.



Заменяя $H_0^{(1)}(krs)$ асимптотическим представлением и вводя сферические координаты, т. е. полагая $z + z_1 = R\cos\theta$, $r = R\sin\theta$, получаем

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pi/4i} \sqrt{\frac{k}{r}} \int\limits_{\Gamma} F(s)\, e^{ikRf(s)} ds, \tag{4}$$

где Γ — контур интегрирования,

$$F(s) = V(s) \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{1-s^2}}, \qquad f(s) = \sqrt{1-s^2}\cos\theta + s\sin\theta. \tag{5}$$

Полагая $kR \gg 1$, вычислим интеграл (4) методом перевала; в точке перевала $s_0 = \sin\theta$. Потенциал φ можно представить в виде суммы

$$\varphi = \widetilde{\varphi} + \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_l + \varphi_t, \tag{6}$$

где φ_l и φ_t — интегралы по берегам разрезов, которые вычисляются методом быстрейшего спуска, φ_2 — вычет в полюсе s_2, представляющий собой поверхностную волну, распространяющуюся со скоростью $c_2 = c_0 / s_2$, $s_2 > 1$; φ_l, φ_t и φ_2 появляются при $\theta > \theta_l$, $\theta + \theta_t$ и $\theta > \theta_2$, где $\sin\theta_l = n_l$, $\sin\theta_t = n_t$, $\sin\theta_2 = 1/s_2$; $\widetilde{\varphi}$ — интеграл по перевальному пути $\widetilde{\Gamma}$; если $\theta \to \pi/2$, то $\widetilde{\Gamma}$ приближается к берегам разреза, проведенного из точки $s = 1$; φ_1 — вычет в полюсе s_1. При вычислении $\widetilde{\varphi}$ и φ_1 могут представиться два случая:

А. Пусть полюс s_1 лежит достаточно далеко от вещественной оси. Тогда $\widetilde{\varphi}$ вычисляется обычным методом перевала. Для $\widetilde{\varphi}$ и φ_1 получаем выражения:

$$\widetilde{\varphi} = V(s_0) \frac{e^{ikR}}{R}, \tag{7}$$

$$\varphi_1 = \sqrt{2\pi}\, e^{3\pi/4i} \sqrt{\frac{k}{r}} F_0(s_1)\, e^{ikRf(s_1)}, \quad F_0(s) = \frac{\overline{\Delta}(s)}{\Delta'(s)} \frac{\sqrt{s}}{\sqrt{1-s^2}}. \tag{8}$$

Поскольку $\widetilde{\Gamma}$ проходит в области, в которой $\operatorname{Im} f(s) > 0$, то φ_1 экспоненциально убывает с ростом R; φ_1 появляется при $\theta > \theta_1$, где θ_1 находится из уравнения

$$\operatorname{Re} f(s_1, \theta) = \operatorname{Re} f(s_0, \theta) = 1.$$

Б. Если $m \ll 1$, то $s_1 = s_R + i\varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1$, $n_t < s_R < 1$, $c_R = c_0 / s_R$ — скорость рэлеевской волны. При θ, лежащих в окрестности θ_R, где $\sin\theta_R = s_R$ точка перевала s_0 попадает в окрестность полюса s_1, в которой можно положить

$$F(s) = \frac{F_0(s_1)}{s - s_1} + F_1(s). \tag{9}$$

В этом случае вычислить $\tilde{\varphi}$ и φ_1 раздельно нельзя. Интеграл, представляющий сумму $\tilde{\varphi}+\varphi_1$, вычисляется методом, предложенным В. А. Фоком в предисловии к работе [2]:

$$\tilde{\varphi}+\varphi_1 = \left[\sqrt{\frac{\pi}{2}}\, e^{3\pi/4i} F_0(s_1)\, w(\tau) + F_1(s_0)\frac{\cos\theta}{\sqrt{kR}}\right]\sqrt{k/r}\, e^{ikR}, \tag{10}$$

где $w(\tau)$ — функция, табулированная в указанной работе

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\pi/4i} \frac{\sqrt{kR}}{\cos\theta}(s_1 - s_0). \tag{11}$$

Если $|\tau| \ll 1$, то $w(\tau) = 1$ и вторым членом в (10) можно пренебречь при $kR \gg 1$. При переходе контура $\tilde{\Gamma}$ через полюс изменится знак перед первым членом в (10). Следовательно, изменение величины $\tilde{\varphi}+\varphi_1$ при переходе через полюс равно вычету (8), если при $\varepsilon \to 0$ положить $f(s_1) = 1$. Если $|\tau| \gg 1$, то $w(\tau) = i/\sqrt{\pi}\tau$. При этом мы получаем выражения (7) и (8).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Гоголадзе. Отражение и преломление упругих волн. Общая теория граничных волн Рэлея. Тр. Сейсмологического ин-та АН СССР, 1947, 125, 1—42.
2. В. Н. Фадеева, Н. М. Терентьев. Таблицы значений функции $w(z)$ от комплексного аргумента. М., ГТТИ, 1954.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
2 января 1967 г.

УДК 534.22

О ПЕРЕСЕЧЕНИИ КРИВЫХ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКА В ЖИДКОСТИ И НАСЫЩЕННЫХ ПАРАХ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

В. Ф. Ноздрев, Н. Г. Степанов

Многочисленные исследования распространения ультразвуковых волн в различных веществах при изменении состояния системы по линии насыщения показали, что скорость звука в жидкости и насыщенных парах с приближением к критической точке монотонно убывает, стремясь к общему минимуму в этой точке. При этом в большинстве случаев значения скорости звука в жидкости превышают соответственные значения скорости звука в насыщенных парах во всей области двухфазных состояний системы жидкость — пар. Однако, в шестифтористой сере, по результатам измерений Шнейдера [1], эта закономерность сохраняется только до температуры

Диметилдихлорсилан			Триметилхлорсилан		
t, °C	$c_{ж}$, м/сек	$c_{мп}$, м/сек	t, °C	$c_{ж}$, м/сек	$c_{мп}$, м/сек
241,0	113,5	92,2	219,2	109,4	93,6
243,0	100,1	89,8	221,0	97,5	89,5
245,0	87,5	85,6	222,0	90,2	87,1
245,2	86,5	86,2	222,4	87,7	86,7
245,4	86,2	85,3	222,6	86,6	86,8
245,6	84,2	85,3	222,8	85,5	85,4
245,8	83,2	85,5	223,0	83,4	84,2
246,3	82,0	83,6	223,2	82,0	84,1
246,6	—	80,2	223,4	80,3	83,1
246,8	—	79,5	223,6	—	81,6

$T = 0{,}998\ T_{кр}$, а далее, вплоть до критической температуры, скорость звука в насыщенных парах оказывается больше скорости звука в жидкости. Несмотря на тщательность исследований автора, полученный им результат долгое время ставился под сомнение, т. к. никто из других исследователей не обнаруживал подобного явления. Однако в дальнейшем Танненбергер [2] и Трелин [3] получили аналогичные результаты для этана и углекислоты; Глинский [4] рассмотрел обсуждаемый вопрос теоретически с позиций термодинамики. Исходя из разложения термодинамического