дельных струй подогретого воздуха, как это сделано в работе [6], роль сетки является более сложной.

Как следует из анализа возбуждения звука в трубе Рийке в работах [1, 2, 4], возбуждение основного тона возможно при подводе тепла только в первой половине трубы, что и наблюдалось в опытах с нагревателем без сетки. При анализе предполагалось, что нагретый воздух имеет температуру, близкую к температуре нагревателя. В действительности нагреватель имеет значительно более высокую температуру, и поэтому теплообмен в фазе сжатия может получиться примерно таким же, как и в фазе разряжения. Поэтому в принципе можно возбудить основной тон и при расположении нагревателя во второй половине трубы.

При изменении мощности нагревателя с сеткой, наряду с двумя областями, для основного тона появляются также две области для первой гармоники, что видно из фиг. 4 для 685 *вт*. Здесь незамкнутые кривые получались также из-за недостаточной скорости воздуха. При расположении сетки на расстоянии примерно 10 *мм* от нагревателя, она не оказывает влияния на возбуждение колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. В. Стрэтт (Лорд Рэлей). Теория звука, т. 2. М., ГТТИ, 1940, стр. 221—228.
2. K. O. Lehmann. Über die Theory der Nettöne. Ann. Phys., 1937, 5 Folge, **29**, 527—552.
3. J. L. Neuringer, G. E. Hudson. An investigation of sound vibrations in a tube containing a heat source. J. Acoust. Soc. America, 1952, **24**, 667—675.
4. G. F. Carrier. The mechanics of the rijke tube. Quart. Appl. Math., 1955, **12**, 383.
5. H. J. Merk. Analysis of heat-driven ostillations of gas flows. Appl. sci., 1952, **A6**, 317—335, 402—420.
6. Б. В. Раушенбах. Вибрационное горение. М., Физматгиз, 1961.

Центральный н.-и. и проектно-конструкторский котлотурбинный институт
Ленинград

Поступило в редакцию
20 февраля 1966 г.

УДК 534.26

БЛИЖНЕЕ АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНЫ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СИЛОЙ

Д. Д. Плахов

Решение с учетом влияния среды задачи о колебаниях бесконечной однослойной пластины под действием сосредоточенной в начале системы координат силы, изменяющейся во времени по гармоническому закону, рассматривалось в работе [1] при помощи интегрального преобразования Ханкеля. Это решение может быть обобщено [2] на случай бесконечной пластины с произвольным числом слоев, если воспользоваться принципом взаимности в формулировке работы [3]. В результате для акустического давления $p(r, z)$ в точке среды, определяемой цилиндрическими координатами r, z получается выражение:

$$p(r, z) = \mp \frac{k^2 F}{4\pi} \int\limits_0^{\pi/2 - i\infty} B(\theta) J_0(kr \sin\theta) e^{\pm ikz \cos\theta} \cos\theta \sin\theta \, d\theta, \tag{1}$$

где $B(\theta)$ — коэффициент звукопрозрачности рассматриваемой пластины, θ — угол между осью z и направлением на точку наблюдения, $k = \omega / c$ волновое число в среде. Предполагается, что внешняя сила $F \exp(-i\omega t)$ действует в направлении оси z. Верхний знак в формуле (1) берется при $z \geqslant 0$. Сомножитель $\exp(-i\omega t)$ здесь и далее опущен.

Интеграл в формуле (1) аналогичен рассмотренному в работе [4] и может быть вычислен методом перевала. Такое вычисление [2] дает следующий результат:

$$\begin{gathered} p(R, \theta) = \frac{FB(\theta)}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right), \qquad R^2 = r^2 + z^2, \\ \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{e^{ikR}}{R}\right) \simeq ik \frac{e^{ikR}}{R} \cos\theta \qquad \text{при } kR \gg 1. \end{gathered} \tag{2}$$

Выражение (2) совпадает с формулой (1) асимптотически при $kz \gg 1$ независимо от параметров пластины. Однако, если коэффициент звукопрозрачности равен постоянной величине при любых θ (например, $B(\theta) = 1$), то выражение (2) становится точным при любых z. Действительно,

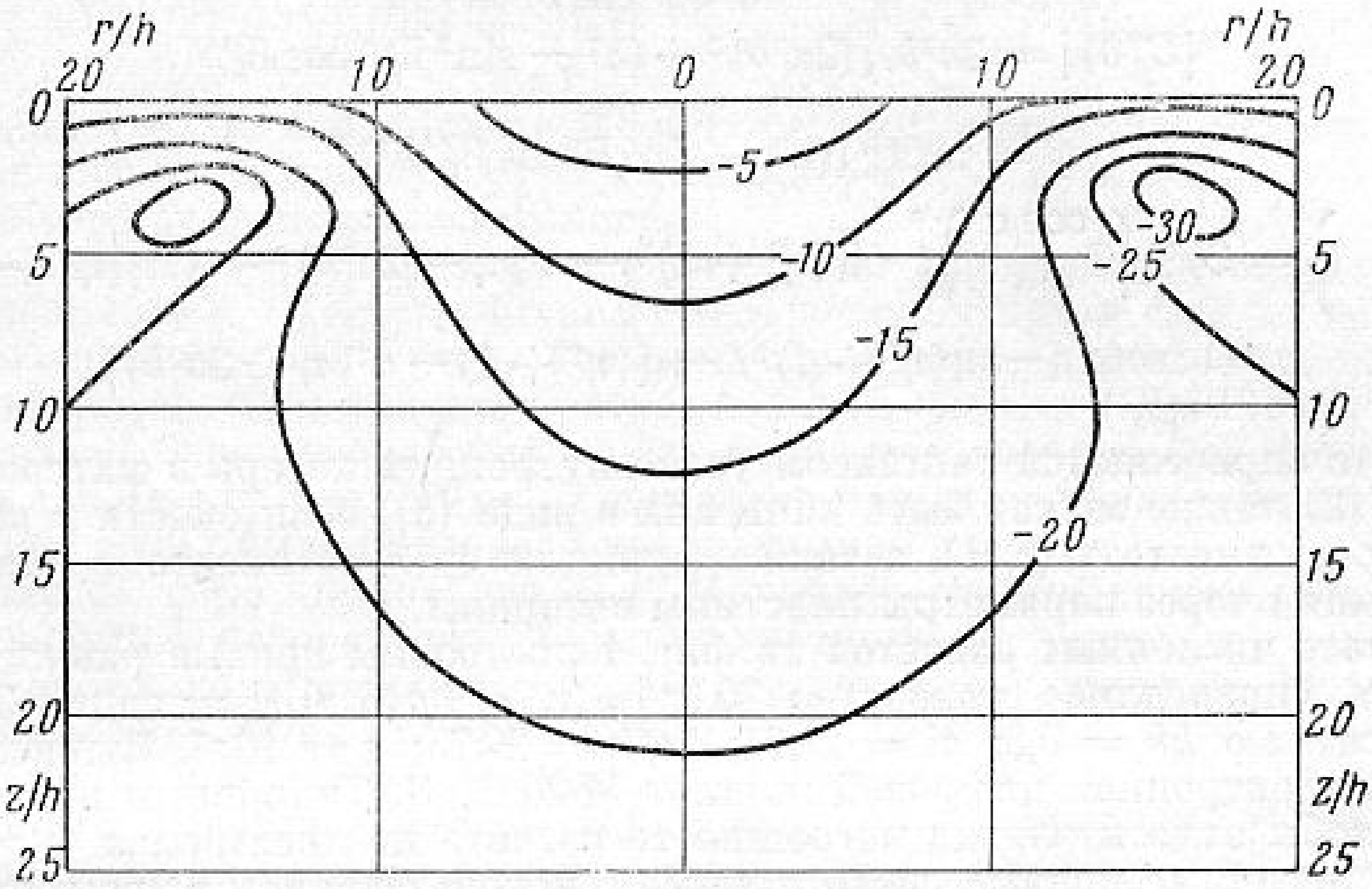
$$-k^2 \int\limits_0^{\pi/2-i\infty} J_0(kr\sin\theta)\, e^{ikz\cos\theta}\cos\theta\sin\theta\, d\theta = \frac{\partial}{\partial z}(e^{ikR}/R)$$

при любых z, что становится очевидным, если вспомнить формулу разложения сферической волны на плоские [4]. В случае однослойной пластины [5] и одинаковой среды с обеих сторон от нее

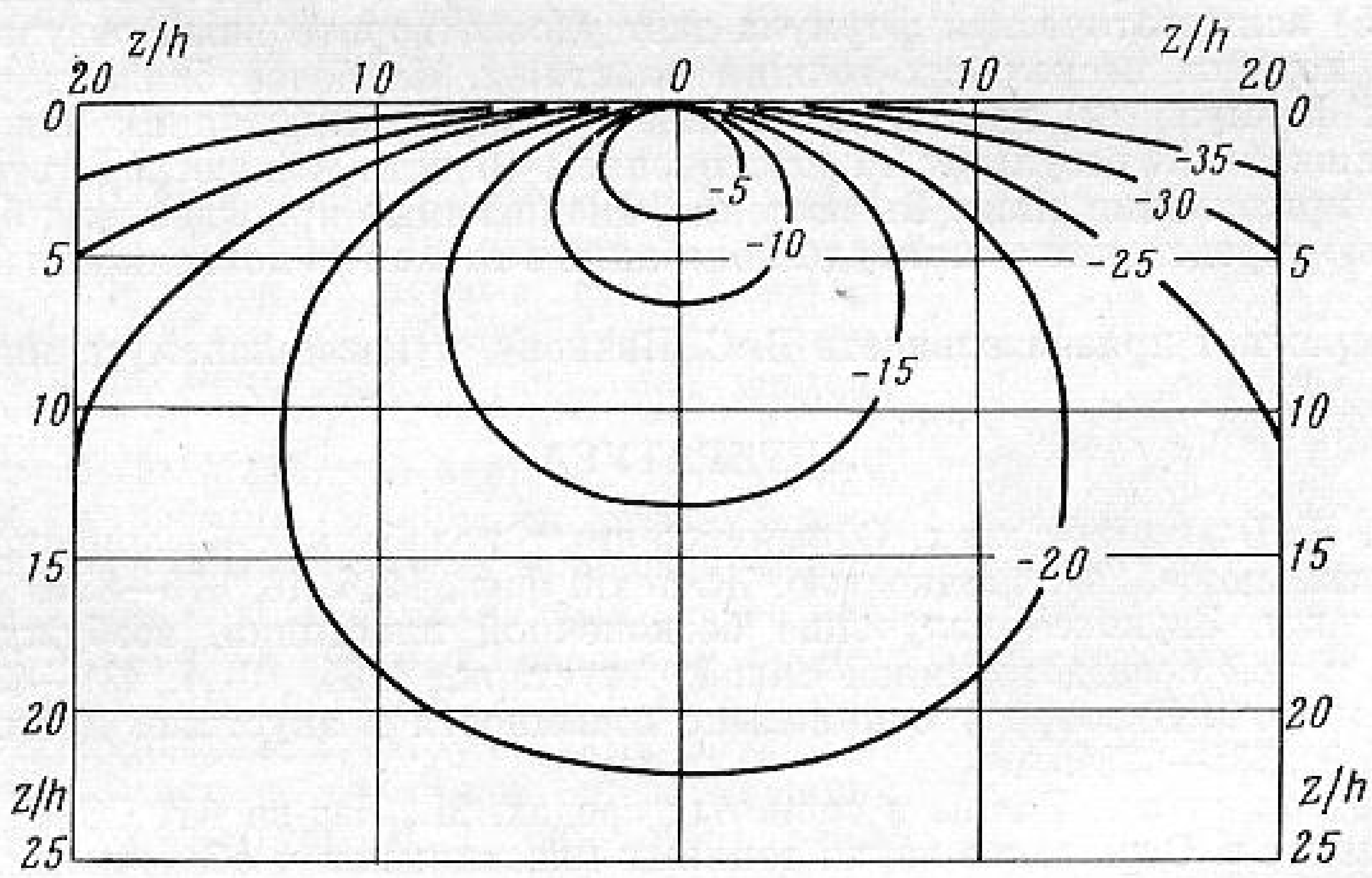
$$B(\theta) = 2a^3b\,/\,[-i(a^2-\sin^4\theta)\cos\theta + 2a^3b]$$

$$a^2 = 12(1-\nu^2)(c\,/\,c_0)^2(kh)^{-2};\qquad b = (\rho\,/\,\rho_0)(c_0\,/\,c)[12(1-\nu^2)]^{-1/2};$$

ρc и $\rho_0 c_0$ — акустическое сопротивление среды и материала пластины, ν — коэффициент Пуассона, h — толщина пластины. Из приведенного выражения ясно, что



Фиг. 1



Фиг. 2

$\lim\limits_{kh\to 0} B(\theta) \to 1$. Поэтому область, в которой заметно различие между выражениями для акустического давления при использовании формул (1) и (2), в случае однослойной пластины тем меньше, чем меньше ее относительная толщина kh. Встречающиеся в технике пластины обычно имеют малую толщину. Потому целесообразно произвести численное сравнение результатов (1) и (2), выбрав в качестве kh относительно большую величину и оговорив точность, в пределах которой результаты (1) и (2) можно считать совпадающими. Установленная таким образом область совпадения результатов справедлива для всех пластин, у которых параметр kh меньше обусловленного.

Вычисления в соответствии с выражением (1) могут быть выполнены путем численного интегрирования. После преобразования из выражения (1) получаем

$$p(r,z) = \mp \frac{k^2F}{4\pi}\chi_1(r,z)e^{i\varphi_1(r,z)}$$

$$\chi_1(r,z) = [(\dot I_1+\dot I_3)^2+(\dot I_2+\dot I_4)^2]^{1/2};\quad \varphi_1(r,z) = \operatorname{arctg}(\dot I_2+\dot I_4)/(\dot I_1+\dot I_3); \tag{3}$$

$$I_{1,2} = \int\limits_0^{\pi/2} J_0(kr\sin\theta)\,|B(\theta)|\begin{Bmatrix}\cos(\psi\pm kz\cos\theta)\\ \sin(\psi\pm kz\cos\theta)\end{Bmatrix}\cos\theta\sin\theta\,d\theta$$

$$\dot I_{3,4} = \int\limits_0^{\infty} J_0(kr\sqrt{1+\eta^2})\begin{Bmatrix}\operatorname{Re}B(\eta)\\ \operatorname{Im}B(\eta)\end{Bmatrix}e^{\mp kz\eta}\eta\,d\eta.$$

В последнем интеграле введено обозначение $\eta = -i\cos\theta$. В случае однослойной пластины справедливы следующие равенства:

$$|B(\theta)| = 2a^3b/[(2a^3b)^2+(a^2-\sin^4\theta)^2\cos\theta]^{1/2}$$

$$\psi = \operatorname{arctg}[(a^2-\sin^4\theta)\cos\theta/2a^3b],$$

$$\begin{Bmatrix}\operatorname{Re}B(\eta)\\ \operatorname{Im}B(\eta)\end{Bmatrix} = 2a^3b\begin{Bmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{Bmatrix}\Big/\left(\{[(\eta^2+1)^2-a^2]\eta-2a^3b\}^2+\{\varepsilon\eta(\eta^2+1)^2\}^2\right)^{1/2},$$

$$\alpha = \operatorname{arctg}\{-\varepsilon\eta(\eta^2+1)^2/-([(\eta^2+1)-a^2]\eta-2a^3b)\}.$$

Величина ε определяется тангенсом угла внутренних потерь в материале пластины. Формула (2) также может быть написана в виде (3), если внести в рассмотрение функцию $\chi_2(r,z)$ вместо $\chi_1(r,z)$, а также функцию $\varphi_2(r,z)$ вместо $\varphi_1(r,z)$; выражения этих функций через параметры пластины очевидны.

В результате численных расчетов на фиг. 1 построены кривые равного давления, вдоль которых справедливо равенство $20\lg|p(r,z)/p(0,0)| = \text{const}$. Эти кривые относятся к случаю $kh = 0{,}2$; $a^2 = 23{,}25$; $2a^3b = 29{,}75$; $\varepsilon = 10^{-3}$. Вычисления были выполнены на электронной цифровой машине М-20 А. Н. Тихоновым при соблюдении требования, чтобы относительная погрешность расчета не превышала 10^{-3}. На фиг. 2 построены аналогичные кривые, вычисленные с использованием выражения (2).

Сравнение результатов расчета показывает, что с точностью порядка одного децибела формулы (1) и (2) дают совпадающие результаты при $kz \geqslant 2$. Таким образом, для пластин с параметром $kh \leqslant 0{,}2$ или изготовленных из более легкого материала ($2a^3b > 29{,}75$) асимптотическая формула дает удовлетворительный результат уже на расстояниях порядка нескольких толщин пластины. На более близких расстояниях от пластины формула (2) дает в сравнении с точным выражением для амплитуды давления заниженный результат за исключением области в непосредственной близости от точки приложения силы. Вычисления, аналогичные приведенным, были выполнены с целью определения амплитуды колебаний в точках на поверхности бесконечной пластины.

Автор выражает признательность В. С. Иванову, руководившему данной работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Тамм, Б. Бреховских. О вынужденных колебаниях бесконечной пластинки, соприкасающейся с жидкостью. Ж. техн. физ., 1946, 16, 879—888.
2. Л. Я. Гутин. Звуковое излучение бесконечной пластинки, возбуждаемой нормальной к ней сосредоточенной силой. Акуст. ж., 1964, 10, 4, 431—434.
3. Л. М. Лямшев. К вопросу о принципе взаимности в акустике. Докл. АН СССР, 1959, 125, 6, 1231—1234.
4. Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957.
5. Л. М. Лямшев. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками. М., Изд-во АН СССР, 1955.

Ленинград

Поступило в редакцию
27 января 1966 г.