АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XII 1966 Вып. 4

УДК 534.221+534.28

ВЛИЯНИЕ ДВИЖЕНИЯ СРЕДЫ НА ЗАТУХАНИЕ ЗВУКА В ВОЛНОВОДЕ, ОБЛИЦОВАННОМ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИМ МАТЕРИАЛОМ

А. Д. Лапин

Рассмотрена плоская задача о распространении звука в волноводе, облицованном звукопоглощающим материалом, в предположении, что среда, заполняющая волновод, движется с постоянной скоростью. Показано, что движение среды существенно влияет на величину затухания звука в волноводе, причем при распространении звука в направлении движения среды его затухание меньше, чем в волноводе с неподвижной средой, а при распространении в противоположном направлении — больше.

В архитектурной акустике, аэродинамике и т. п. часто возникает задача об уменьшении передачи звука по волноводу. Одним из эффективных способов решения этой задачи является облицовка стенок волновода звукопоглощающим материалом. Звуковые волны, распространяющиеся в облицованном волноводе, затухают из-за поглощения на стенках. Величину этого затухания можно рассчитать по известным формулам (см., например, работы [1—3]). Однако все эти расчетные формулы получены в предположении, что среда, заполняющая волновод, является неподвижной. Поскольку обычно встречаются волноводы, в которых среда движется (воздуховоды, аэродинамические трубы и т. д.), то представляет интерес оценить влияние движения среды на затухание звука в волноводе.

В настоящей работе это влияние исследуется в предположении постоянства скорости движения среды по сечению волновода. Мы ограничимся рассмотрением лишь плоской задачи; решение пространственной задачи можно получить аналогичным способом. Звукопоглощающую облицовку волновода мы будем считать однородным полупространством. Такая аппроксимация допустима при достаточно большой толщине облицовки, когда можно пренебречь отражением звука от жесткой стенки волновода. При сделанных упрощающих предположениях задачу можно сформулировать следующим образом. Имеется однородный слой толщины h, лежащий на однородном полупространстве и ограниченный сверху жесткой стенкой. Эта стенка и среда в полупространстве неподвижны, а среда в слое движется относительно них со скоростью U. Найдем нормальные волны в слое и исследуем влияние движения среды на их затухание.

Обозначим плотность среды в слое и скорость звука в ней соответственно через ρ и c; для параметров среды в полупространстве мы примем те же обозначения, что и в слое, с добавлением индекса 1. Выберем декартову систему координат так, чтобы координатные плоскости $z = 0$ и $z = h$ совпадали соответственно с верхней и с нижней границей, а ось x направим в сторону движения среды. На границе раздела движущейся и неподвижной сред звуковое поле удовлетворяет условиям [4]:

$$\rho\left[\Phi + i\beta/k\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right] = \rho_1\Phi_1; \qquad \frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{\partial\Phi}{\partial z} + i\beta/k\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial x\partial z} \qquad \text{при } z = h,$$

где Φ и Φ_1 — потенциалы звукового поля соответственно в слое и в полупространстве, $k = \omega / c$, $\beta = U / c$ — число Маха.

Решения волновых уравнений для движущейся и неподвижной сред, удовлетворяющие указанным граничным условиям и условию излучения,

удобно искать методом разделения переменных. Выполняя соответственные вычисления, получим для нормальной волны номера n в слое следующее выражение: $\Phi^{(n)}(x, z) = A_n e^{iK_{nx}x} \cos [K_{nz}z]$, где

$$K_{nx} = \frac{-(k\beta) \pm \sqrt{k^2 - (1-\beta^2) K_{nz}^2}}{(1-\beta^2)}. \tag{1}$$

Величина K_{nz} является корнем уравнения

$$[K_z h] \operatorname{tg} [K_z h] = -i(kh)\eta [1 - \beta K_x / k] \sqrt{1 - (K_x / k_1)^2}, \tag{2}$$

где $\eta = \rho c / \rho_1 c_1$, $k_1 = \omega / c_1$. В формуле (1) и далее верхний знак соответствует волнам, распространяющимся в положительном направлении оси x, нижний знак — волнам, распространяющимся в отрицательном направлении оси x. Предположим, что выполняется соотношение

$$|K_x|^2 \ll |k_1|^2. \tag{3}$$

Это соотношение, аналогичное условию применимости нормального импеданса для неподвижных сред (см. [5]), выполняется в тех случаях, когда скорость звука в среде полупространства много меньше скорости звука в среде слоя и когда в среде полупространства имеет место большое поглощение звука на длине волны. Тогда (2) приближенно можно написать так:

$$[K_z h] \operatorname{tg} [K_z h] = -i(kh)\eta [1 - \beta K_x / k]. \tag{4}$$

В это дисперсионное уравнение величины ρ_1 и c_1 входят только в виде произведения. Таким образом, при выполнении (3) влияние среды в полупространстве на звуковое поле в слое определяется одним параметром η.

Найдем приближенно корни дисперсионного уравнения (4). Поскольку в предельных случаях абсолютно жесткой и абсолютно мягкой стенки эти корни соответственно будут $K_{nz}^{(ж)} = n\pi/h$ и $K_{nz}^{(м)} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi/h$, то в общем случае их удобно искать в виде $K_{nz} = (n\pi + \gamma_n) / h$, где $|\gamma_n| \leqslant \pi / 2$. Величина γ_n удовлетворяет уравнению

$$(n\pi + \gamma_n) \operatorname{tg} \gamma_n = -\frac{i(kh)\eta}{(1-\beta^2)} \left\{ 1 \mp \beta \sqrt{1 - (1-\beta^2) \left[\frac{n\pi + \gamma_n}{kh} \right]^2} \right\}. \tag{5}$$

Заменяя в этом уравнении $\operatorname{tg} \gamma_n$ функцией

$$A_n(\gamma_n) = \begin{cases} \gamma_n & \text{при} \quad |\gamma_n| < \pi/4 \\ \dfrac{1}{(\pi/2 - \gamma_n)} & \text{при} \quad \pi/4 < |\gamma_n| < \pi/2, \end{cases}$$

мы получим для γ_n следующие приближенные формулы:

$$\gamma_0 = \sqrt{-\frac{i(kh)\eta}{(1-\beta^2)} \left\{ \left[1 + \frac{i\eta\beta^2}{2(kh)} \right] \mp \beta \sqrt{1 + \frac{i\eta}{(kh)} + \left[\frac{i\eta\beta}{2(kh)} \right]^2} \right\}},$$

$$\gamma_{n(n\neq 0)} = -\frac{i(kh)\eta}{(1-\beta^2)n\pi} \left\{ \left[1 + \frac{i\eta}{(kh)} \beta^2 \right] \mp \right.$$

$$\left. \mp \beta \sqrt{1 - (1-\beta^2) \left[\frac{n\pi}{kh} \right]^2 + 2\frac{i\eta}{kh}} \right\} \quad \text{при} \quad |\gamma_n| < \pi/4; \tag{6}$$

$$\gamma_n = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \frac{i(1-\beta^2)(1+2n)}{(kh)\eta \left[\mp \beta \sqrt{1 - (1-\beta^2) \left[\frac{\pi(1+2n)}{2(kh)} \right]^2} \right]} \right\}$$

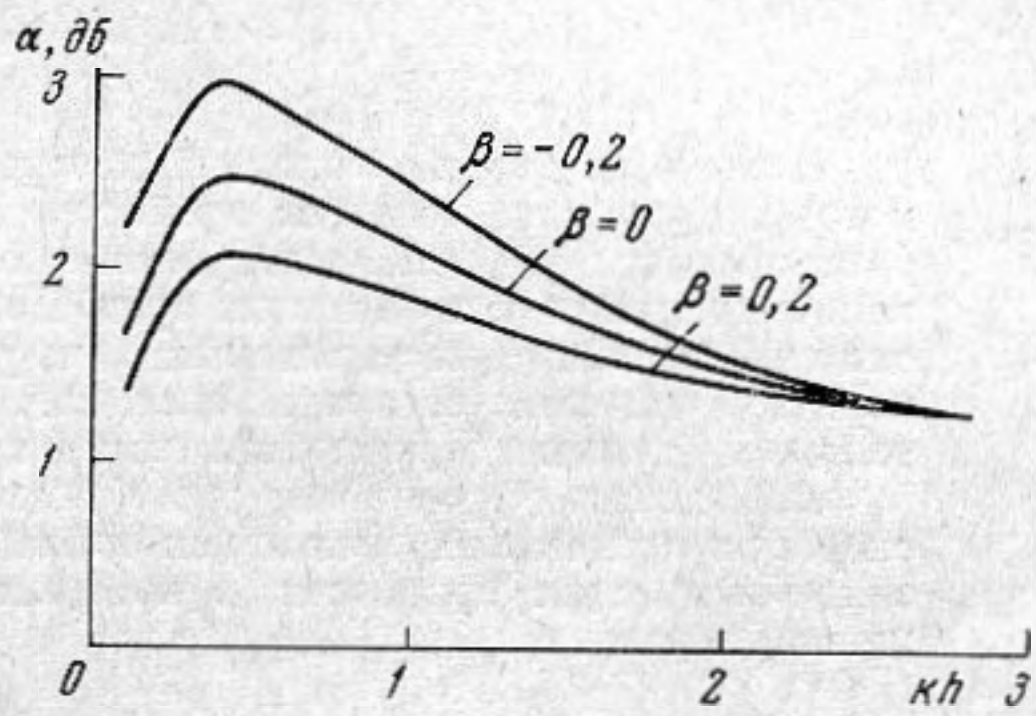
$$\text{при} \quad |\gamma_n| > \pi/4. \tag{7}$$

Для оценки границы применимости этих формул найдем величину γ_n во втором приближении. Подставляя $\gamma_n = \tilde{\gamma}_n + \tilde{\tilde{\gamma}}_n$, где $\tilde{\gamma}_n$ вычисляются по формулам (6) и (7), в уравнение (5), мы получим для поправки $\tilde{\tilde{\gamma}}_n$ выражение: $\tilde{\tilde{\gamma}}_n = \{\tilde{A}_n - \operatorname{tg}\theta_n\}\left\{\left[\operatorname{sc}^2\theta_n + \frac{\operatorname{tg}\theta_n}{\theta_n}\right] - \frac{\beta^2\eta^2}{[(1-\beta^2)\theta_n\tilde{A}_n + i(kh)\eta]}\right\}^{-1}$,

где $\tilde{A}_n = A_n(\tilde{\gamma}_n)$; $\theta_n = (n\pi + \tilde{\gamma}_n)$. При выполнении условия $|\tilde{\tilde{\gamma}}_n| \ll |\tilde{\gamma}_n|$ величину γ_n можно вычислять по формулам (6) и (7); в противном случае необходимо учитывать второе приближение.

В качестве иллюстрации применим полученные результаты для исследования влияния движения среды на затухание нулевой нормальной волны в волноводе, облицованном звукопоглощающим материалом АТИМХ ($\eta = 0{,}52 + i0{,}28$) [2]. Величина затухания этой волны в децибелах на калибр дается формулой

$$\alpha_{дб} = 20 \lg e^{|\operatorname{Im}(K_{0x}h)|} = 8{,}68(kh)\,|\operatorname{Im}(K_{0x}/k)|.$$



Расчеты показывают, что в рассматриваемом случае при всех значениях kh, кроме $1{,}3 < kh < 1{,}9$, уже первое приближение дает хорошие результаты. При значениях kh, лежащих внутри указанного интервала, первого приближения недостаточно; здесь нужно пользоваться вторым приближением. На фигуре приведены графики величины α в функции безразмерной ширины волновода (kh), рассчитанные при различных значениях числа Маха. Из этих графиков видно, что движение среды существенно влияет на величину затухания звука в волноводе. Если звук распространяется в направлении движения среды ($\beta > 0$), то его затухание меньше, чем в волноводе с неподвижной средой; в противном случае ($\beta < 0$) затухание больше. Эти выводы согласуются с экспериментальными результатами, полученными в [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Белов. Затухание звука в трубах с поглощающими стенками. Ж. техн. физ., 1938, 8, 8, 752—755.
2. Г. Д. Малюжинец, Р. Д. Филиппова. Расчет затухания звуковых волн низких частот в прямых облицованных каналах. Промышл. аэродин., 1960, 18, 3—11.
3. А. Д. Лапин. Применение резонаторов для увеличения затухания звука в волноводе, облицованном звукопоглощающим материалом. Акуст. ж., 1966, 12, 3, 333—339.
4. С. С. Войт. Отражение и преломление сферических звуковых волн на переходе из неподвижной среды в движущуюся. Прикл. матем. и механ., 1953, 17, 157—164.
5. Л. М. Бреховских. Пределы применимости некоторых приближенных методов, употребляемых в архитектурной акустике. Усп. физ. наук, 1947, 32, 4, 464—479.
6. E. Meyer, F. Mechel, G. Kurtze. Experiments on the influence of flow on sound attenuation in absorbing ducts. J. Acoust. Soc. America, 1958, 30, 165—174.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
24 марта 1965 г.