Описанный способ экспресс-контроля был проверен на больших партиях синтетических алмазов. Установлено, что порошки с повышенной кавитационной прочностью показывают большую стойкость в алмазных инструментах.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Я. Кац. Кавитационная прочность некоторых минералов. Акуст. ж., 1961, 7, 1, 47—52.
2. В. И. Плужник. Интенсификация промывки керченских руд ультразвуком. Изв. ВУЗов, Горный ж., 1963, 12.

Филиал Института механики АН УССР
Институт сверхтвердых материалов
Киев

Поступило в редакцию
28 июля 1965 г.

УДК 534.26:534.121.1

О СВЯЗИ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗВУКА ПЛАСТИНАМИ С ИХ ЗВУКОПРОЗРАЧНОСТЬЮ

Е. Л. Шендеров

Рассмотрим две задачи. Первая задача заключается в том, чтобы определить звуковое поле, возникающее в среде при вынужденных колебаниях пластины, на которую воздействует некоторая система внешних сил. Вторая задача состоит в определении звукопрозрачности пластины.

Во многих работах, посвященных исследованию колебаний пластин в акустической среде, эти задачи рассматриваются независимо друг от друга. Между тем, излучение звука пластиной и ее звукопрозрачность тесно связаны. Эта связь может быть определена путем использования теоремы взаимности для упругих тел, полученной в статье [1].

В этой работе показано, что звуковое давление, создаваемое произвольным колеблющимся упругим телом, может быть определено из выражения

$$p(\mathbf{R}_0)=\frac{1}{Q}\int\limits_S \frac{\partial p_2(\mathbf{R}_0,\mathbf{r})}{\partial n}\cdot f(\mathbf{r})\,dS, \qquad (1)$$

где $\mathbf{R}_0$ — координата точки наблюдения, $\mathbf{r}$ — координата точки на поверхности тела, f — плотность внешних сил, распределенных по поверхности тела, p_2 — вспомогательное решение задачи дифракции звуковой волны, излучаемой точечным источником производительностью Q, помещенным в точку наблюдения. В работах [2, 3] эта теорема была применена к вычислению звуковых полей, излучаемых оболочками. Рассмотрим сначала простейший случай.

Пусть на бесконечную тонкую пластину, окруженную средой со всех сторон, действует сосредоточенная сила $Fe^{-i\omega t}$ (временной множитель далее опускаем). В этом частном случае звуковое давление, создаваемое пластиной, может быть определено из формул статьи [4], без применения теоремы (1). Обобщая результаты работы [4] на случай двустороннего излучения, получим

$$p=\frac{-ikF\cos\theta\cdot e^{ikR_0}}{4\pi R_0}\;\frac{2\rho c}{2\rho c-i\omega M\cos\theta}$$

Здесь k — волновое число в среде, θ — угол, определяющий направление на источник, ρc — волновое сопротивление среды, M — масса единицы площади пластины. В рамках настоящей заметки везде предполагается, что $kR_0\gg 1$, т. е. неоднородные волны вблизи пластины не рассматриваются.

Последняя формула может быть написана в виде

$$p=\frac{-ikF\cos\theta e^{ikR_0}}{4\pi R_0}\cdot B(\theta), \qquad (2)$$

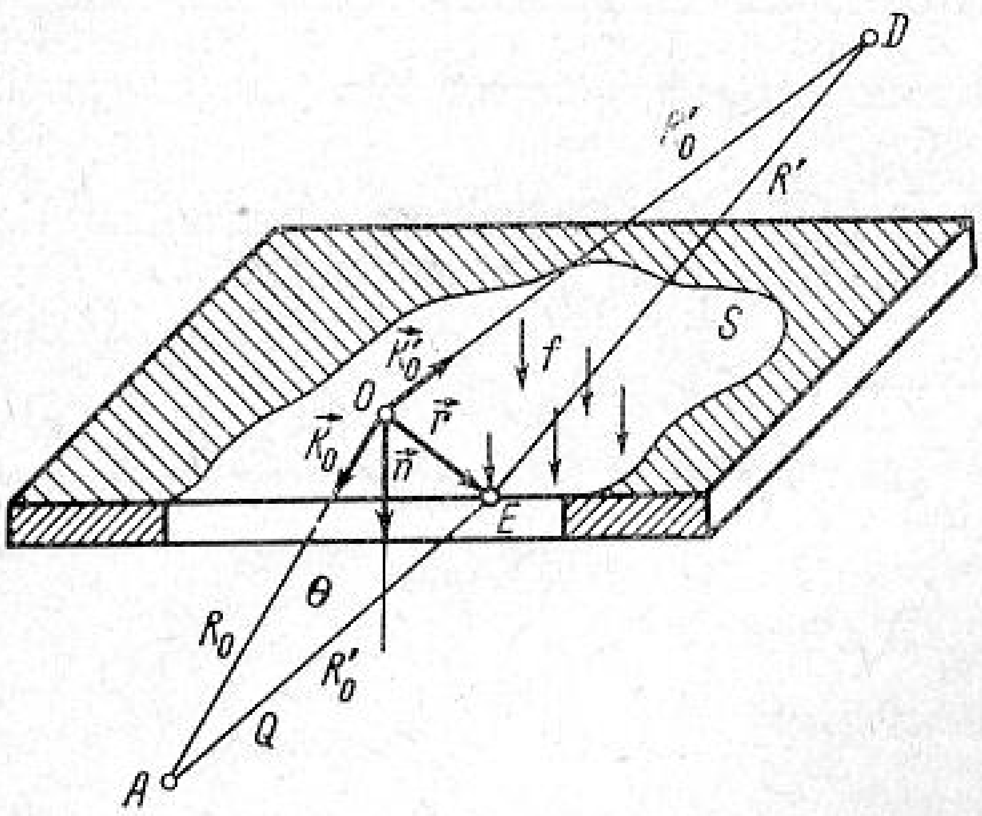
где $B(\theta)$ — коэффициент прохождения звука через пластину.

Из выражения (2) видно, что звуковое давление, создаваемое пластиной, пропорционально коэффициенту прохождения звука. Поэтому увеличение толщины пластины в одинаковой степени снижает уровень звукового давления, создаваемого пластиной, и ее звукопрозрачность.

Более общий результат, пригодный для пластин произвольной толщины, может быть получен, исходя из теоремы взаимности (1). Для этого поместим в точку наблюдения A (см. фигуру) точечный источник, производительностью Q. При условии $kR_0\gg 1$ можно считать, что на поверхность пластины падает сферическая волна, которая в окрестности точки E близка к плоской. Поэтому в точке E звуковое давление в волне, излучаемой источником Q, определяется так:

$$p_2(r) = Q / (4\pi R) \exp (i\mathbf{kR}) \cdot B(\theta).$$

Если плотность сил задать в виде $f(r) = F \cdot \delta(r)$, то по формуле (1) получим выражение, совпадающее с формулой (2). Однако при его выводе не накладывалось никаких ограничений на толщину пластины и ее материал. Поэтому вывод о прямой пропорциональности между излучением звука пластиной и ее звукопрозрачностью может быть распространен на произвольные упругие пластины.



Из формулы (2) следует, что пространственное распределение звукового давления, создаваемого пластиной, отличается от угловой зависимости коэффициента прохождения звука через пластину лишь множителем $\cos\theta$ (дипольный характер излучения).

Рассмотрим теперь произвольную ограниченную неоднородную пластину, расположенную в жестком экране (см. фигуру). Напишем сначала выражение для коэффициента прохождения звука через пластину, определив его как отношение $p_D / p_D{}^0$, где p_D — звуковое давление в точке D, создаваемое источником Q при наличии пластины, $p_D{}^0$ — та же величина при отсутствии пластины. Предполагается, что kR, $kR' \gg 1$, R, $R' \gg L$, где L — минимальный линейный размер области S.

Пусть падающая плоская волна единичной амплитуды заставляет пластину колебаться со скоростью $v_0(\mathbf{r})$ (везде рассматриваются нормальные составляющие скорости). Тогда скорость пластины, создаваемая источником Q будет

$$v(\mathbf{r}) = Q / (4\pi R_0) \exp (ikR_0) \cdot v_0(\mathbf{r}).$$

По формуле Гюйгенса

$$p_D = \frac{-i\omega\rho}{2\pi} \int\limits_S v(\mathbf{r}) \frac{e^{ikR'}}{R'} dS = \frac{-i\omega\rho Q e^{ik(R_0+R_0')}}{8\pi^2 R_0 R_0'} \int\limits_S v_0(\mathbf{r}) e^{ik_0' r} dS. \qquad (3)$$

Для вычисления $p_D{}^0$ положим $kL \gg 1$, (заметим, что последнее условие не является принципиальным и не ограничивает общности результатов, поскольку пластина может быть разбита ребрами жесткости на сколько угодно малые участки). Нормальная составляющая колебательной скорости на поверхности S будет

$$Q \cos\theta \cdot \exp (ikR) / (4\pi R\rho c).$$

Полагая $\mathbf{k}_0 = -\mathbf{k}_0' = \mathbf{k}$, получим

$$B = \frac{\rho c}{S \cos\theta} \int\limits_S v_0(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{k}_0'\mathbf{r}} dS. \qquad (4)$$

Напишем теперь выражение для звукового давления, создаваемого пластиной. Поскольку $\dfrac{\partial p_2}{\partial n} = -i\omega\rho v$, то по теореме (1)

$$p = \frac{-i\omega\rho}{Q} \int\limits_S v(\mathbf{r}) \cdot f(\mathbf{r}) dS = \frac{-i\omega\rho e^{ikR_0}}{4\pi R_0} \int v_0(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}) ds. \qquad (5)$$

Сравнение формул (4) и (5) показывает, что B и p определяются через одну и ту же величину $v_0(\mathbf{r})$.

Рассмотрим некоторые частные случаи. Пусть $f(\mathbf{r}) = \text{const} = f$; $\theta = 0$; при этом $f \cdot S = F$. Тогда из выражений (4) и (5) снова получим формулу (2). Это показывает, что прямая пропорциональность между p и B при равномерной нагрузке на пластину сохраняется и для произвольной ограниченной неоднородной пластины.

Рассмотрим теперь случайную нагрузку, определяемую корреляционной функцией $\overline{f^2} K_f(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Умножая выражение (5) на сопряженное и усредняя по ансамблю, получим

$$\overline{p^2} = \left(\frac{\omega\rho}{4\pi R_0} \right)^2 \overline{f^2} \int\limits_{S}\int\limits_{S'} v_0(\mathbf{r}) v_0{}^*(\mathbf{r}') K_f(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dS\, dS'. \qquad (6)$$

Пусть коэффициент корреляции определяется выражением $K_f(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sigma\delta|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$. Тогда

$$\overline{p^2} = \left(\frac{\omega\rho}{4\pi R_0}\right)^2 \overline{f^2}\,\sigma \int\limits_S |v_0(\mathbf{r})|^2\, dS. \tag{7}$$

Используя выражения (4) и (7) и применяя к формуле (4) неравенство Шварца, получим

$$\overline{p^2} \geqslant \left(\frac{k}{4\pi R_0}\right)^2 \overline{f^2}\,\sigma S \cos^2\theta \cdot |B|^2. \tag{8}$$

В выражении (8) знак равенства достигается либо при $v_0(\mathbf{r}) \sim \cos\theta / (\rho c) \exp(ik_0\mathbf{r})$, что имеет место при однородной пластине больших размеров ($kL \gg 1$), либо при полностью звукопрозрачной пластине. Поэтому введение в пластину неоднородностей (например, различных опор и ребер жесткости) сильнее снижает коэффициент прохождения звука через пластину, чем излучаемое ею звуковое поле.

Используя теорему взаимности, можно получить аналогичные результаты и для изогнутых оболочек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Лямшев. К вопросу о принципе взаимности в акустике. Докл. АН СССР, 1959, **125**, 6, 1231—1234.
2. Л. М. Лямшев. Об одном способе решения задачи излучения звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. Акуст. ж., 1959, **5**, 1, 122—124.
3. Л. М. Лямшев. Излучение звука упругими оболочками, возбуждаемыми турбулентным аэродинамическим потоком. Акуст. ж., 1961, **7**, 1, 59—66.
4. Л. Я. Гутин. Звуковое излучение бесконечной пластинки, возбуждаемой нормальной к ней сосредоточенной силой. Акуст. ж., 1964, **10**, 4, 431—434.

Ленинград

Поступило в редакцию
8 февраля 1966 г.