

УДК 534.113

## К ВОПРОСУ О КОЛЕБАНИЯХ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ ТРУБОК

*Е. П. Голубков*

Излагаются результаты экспериментального определения резонансных частот при продольных и радиальных колебаниях полых цилиндрических пьезоэлементов. Экспериментальные значения резонансных частот сравниваются с полученными расчетным путем. Установлено, что существующие расчетные формулы дают результаты удовлетворительной точности только в ограниченном диапазоне изменения геометрических размеров пьезоэлементов.

При проектировании звукоприемников и излучателей с пьезоэлементами в форме цилиндрических трубок, полезно знать их частотные постоянные при продольных и радиальных колебаниях, определяемые как отношение резонансной частоты к внешнему диаметру трубки или к ее длине [1].

Однако до настоящего времени нет полного теоретического решения задачи о спектре собственных частот полых цилиндров конечной длины с произвольной толщиной стенки. В связи с этим, нами было исследовано изменение собственных частот продольных и радиальных колебаний пьезокерамических трубок с радиальной поляризацией при изменении их размеров. Экспериментальные данные сравнивались с расчетными значениями резонансных частот, полученными по известным в теории упругости формулам.

Было проведено две серии опытов: 1) на трубках с постоянными наружным радиусом ( $r_2 = 1,6$  см) и длиной ( $L = 1,5$  см) при переменном внутреннем радиусе ( $0,3 < r_1 < 1,5$  см). Материал трубок — керамика титаната бария и 2) на трубках с неизменными внутренним и наружным радиусами ( $r_1 = 0,83$  см и  $r_2 = 1,2$  см соответственно) при различных длинах ( $1 < L < 8$  см). Материал трубок — керамика ЦТС-19.

При проведении экспериментов трубки устанавливались горизонтально, причем подвеска обеспечивала свободу смещения всех поверхностей трубки. Колебания трубок возбуждались при приложении к их электродам переменного напряжения изменяемой частоты, подаваемого от звукового генератора.

Резонансные частоты обнаруживались при помощи некалиброванного пьезоэлектрического датчика, имеющего в качестве чувствительного элемента диск из керамики ЦТС-19. Воспринимающий элемент датчика, соединенный с диском, имел форму иглы. Сигнал, поступающий с пьезодатчика, наблюдался на экране электронного осциллографа. Предварительно с помощью датчика были изучены колебания диска из пьезокерамики с известным спектром собственных частот. Эти опыты дали возможность выделить резонансные частоты датчика и показали, что им можно определять собственные частоты колебаний исследуемого объекта в частотном диапазоне до 200 кГц с точностью, определяемой погрешностью использованной аппаратуры (около 2%).

Резонансные частоты пьезоэлемента для радиальных колебаний были рассчитаны: а) по формуле для бесконечно длинной оболочки с конечной толщиной стенки [3]:

$$f \cong c \cdot \sqrt{1 - 2\sigma} / 2\pi(1 - \sigma) \cdot M_m(r_1 r_2), \quad (1)$$

где  $M_m(r_1 r_2) = [(r_1^m + r_2^m) / 2]^{1/m}$ ,  $m = 2(1 - 3\sigma) / 3(1 - \sigma)$ ,  $\sigma$  — коэффициент Пуассона,  $c$  — скорость звука в бесконечно протяженной среде, см/сек; б) по формуле для бесконечно длинной тонкой цилиндрической оболочки [2]:

$$f = (1 / 2\pi r) \cdot \sqrt{E / \rho(1 - \sigma^2)}, \quad (2)$$

где  $r$  — радиус оболочки, см, и, наконец, в) по формуле для кольца [2]:

$$f = (1 / 2\pi r) \cdot \sqrt{E / \rho}. \quad (3)$$

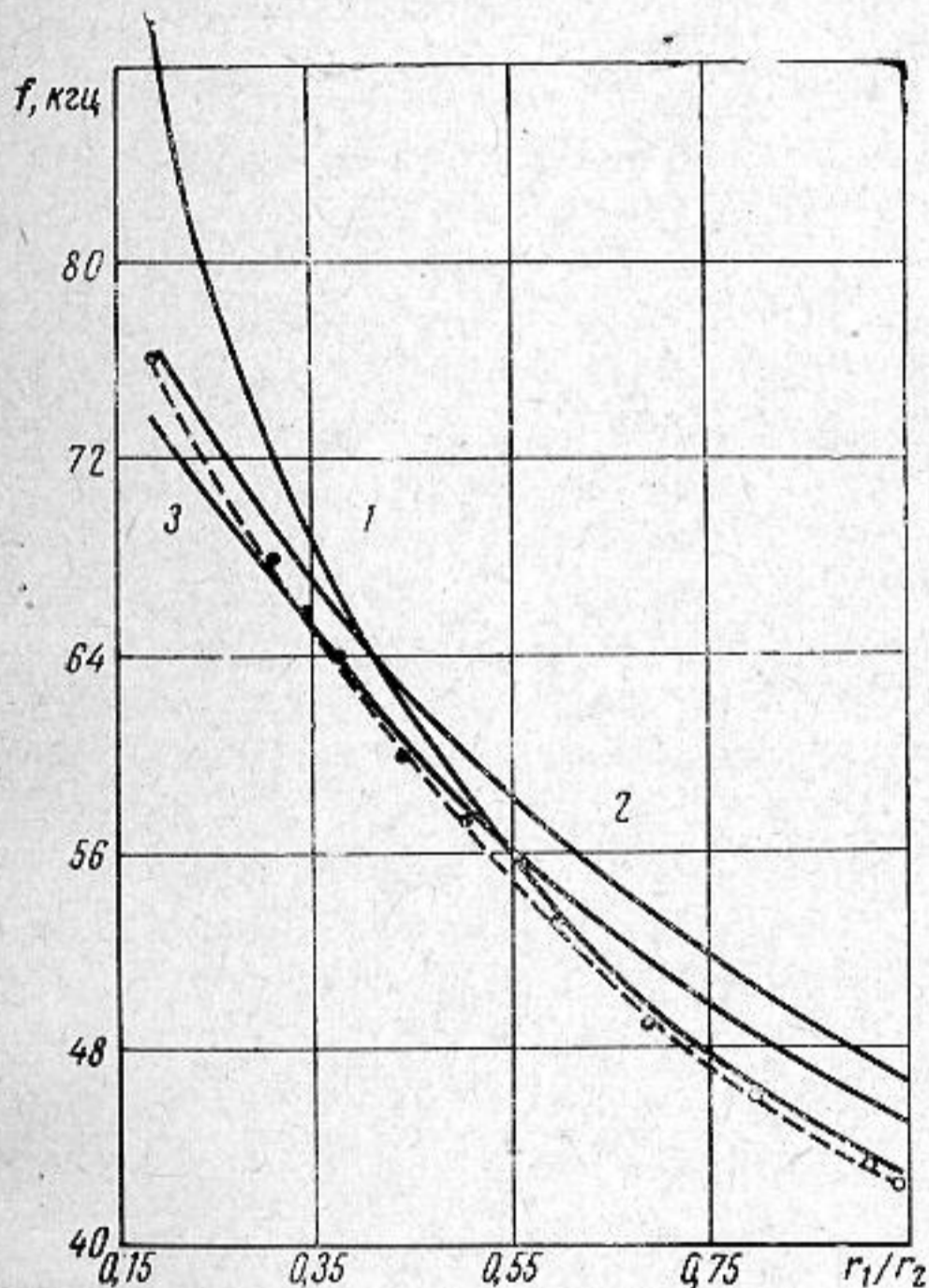
Расчет резонансных частот при продольных колебаниях производился по формуле, выведенной для случая тонкостенной оболочки [2]:

$$f = (n / 2 \cdot L) \cdot \sqrt{E / \rho}, \quad (4)$$

где  $f$  — резонансная частота, гц;  $E$  — модуль упругости, кг/см<sup>2</sup>,  $\rho$  — плотность, кг·сек<sup>2</sup>/см<sup>4</sup>,  $n = 1, 2, 3, \dots$

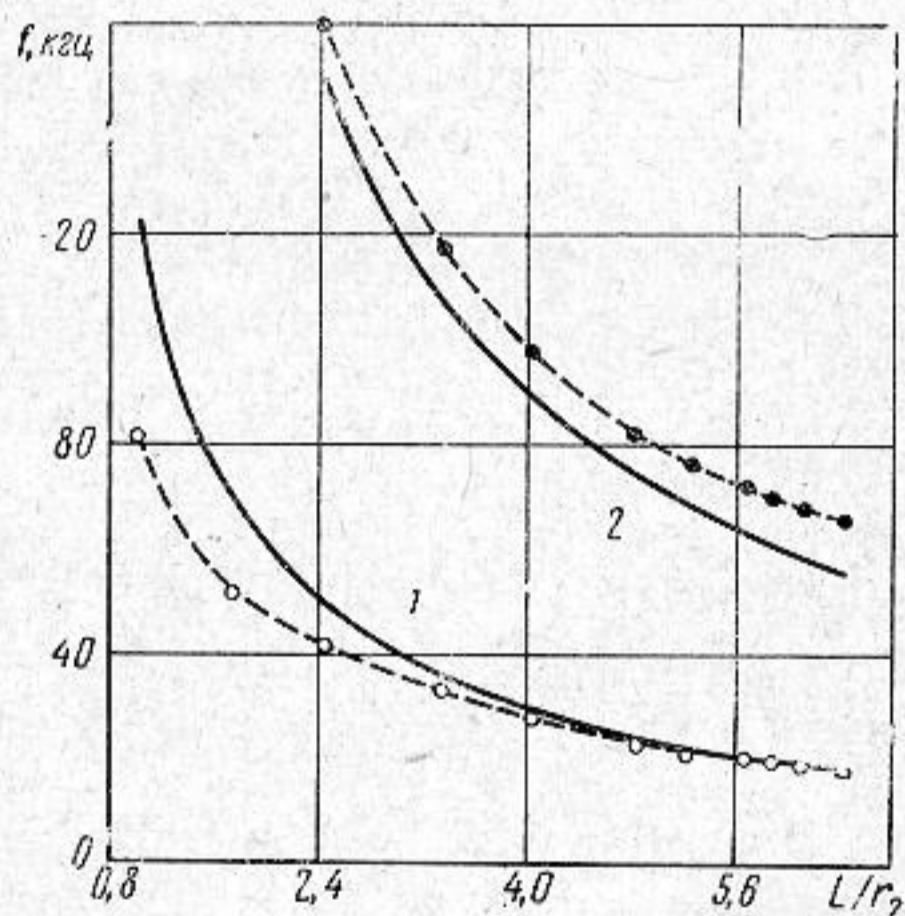
На фиг. 1 приводятся расчетные и экспериментальные данные об изменении собственных частот радиальных колебаний пьезокерамических трубок по мере увеличения внутреннего радиуса (первая серия опытов). 1 на фиг. 1 — кривая, рассчитанная по формуле (1), 2 — по формуле (2), 3 — по формуле (3).

Совокупность экспериментальных точек (белые и черные кружки) на фиг. 1 — кривая, соединенная пунктирной линией. Вследствие отсутствия в нашем распоряжении пьезоэлементов с тонкими стенками, мы воспользовались также экспериментальными данными, заимствованными из работы [1]. Эти экспериментальные точки обозначены на фиг. 1 белыми кружочками.



Фиг. 1

Из рассмотрения фиг. 1 видно, что при  $0,55 < r_1 / r_2 < 0,95$  экспериментальные точки ближе всего соответствуют расчетной кривой 1; при  $0,2 < r_1 / r_2 < 0,55$  — расчетной кривой 3 (отклонение в обоих случаях  $\lesssim 5\%$ ).



Фиг. 2

Из рассмотрения фиг. 1 видно, что при  $0,55 < r_1 / r_2 < 0,95$  экспериментальные точки ближе всего соответствуют расчетной кривой 1; при  $0,2 < r_1 / r_2 < 0,55$  — расчетной кривой 3 (отклонение в обоих случаях  $\lesssim 5\%$ ).

Из рассмотрения фиг. 1 видно, что при  $0,55 < r_1 / r_2 < 0,95$  экспериментальные точки ближе всего соответствуют расчетной кривой 1; при  $0,2 < r_1 / r_2 < 0,55$  — расчетной кривой 3 (отклонение в обоих случаях  $\lesssim 5\%$ ).

Результаты второй серии опытов приводятся на фиг. 2, где показано изменение резонансных частот при продольных колебаниях по мере изменения длины трубки. Цифрами 1 и 2 обозначены кривые, рассчитанные по формуле (4) для случаев первого и третьего продольных резонансов соответственно. Белыми кружочками обозначены экспериментальные значения для случая первого продольного резонанса, черными кружочками — для случая третьего продольного резонанса. Совокупности экспериментальных точек для наглядности соединены пунктирными линиями.

Из рассмотрения фиг. 2 видно, что при уменьшении отношения  $L/r_2$  вплоть до  $L/r_2 \cong 3,2$  расчетная кривая 1 удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными. При дальнейшем уменьшении отношения  $L/r_2$  расхождение возрастает и достигает значительной величины. Расхождение между расчетной кривой 2 и соответственными экспериментальными точками приблизительно одинаково во всем изученном диапазоне отношений  $L/r_2$  и составляет 10%.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. А н а н ь е в а. Керамические приемники звука. М., Изд-во АН СССР, 1963.
2. А. Л я в. Математическая теория упругости, М., ОНТИ, 1935.
3. Mc. F a d d e n. Radial vibrations of thick-walled hollow cylinders. J. Acoust. Soc. America, 1954, 26, 5, 714—716.

Московский авиационный  
институт

Поступила в редакцию  
10 июля 1964 г.