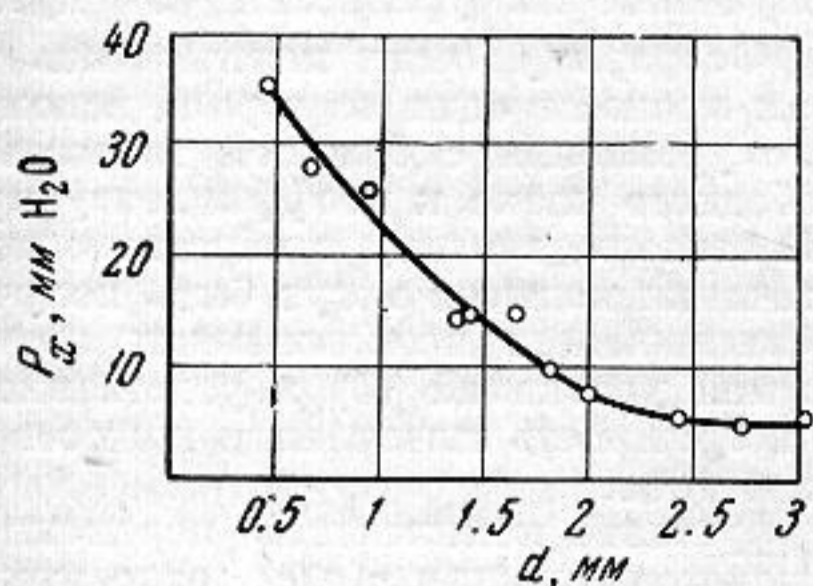
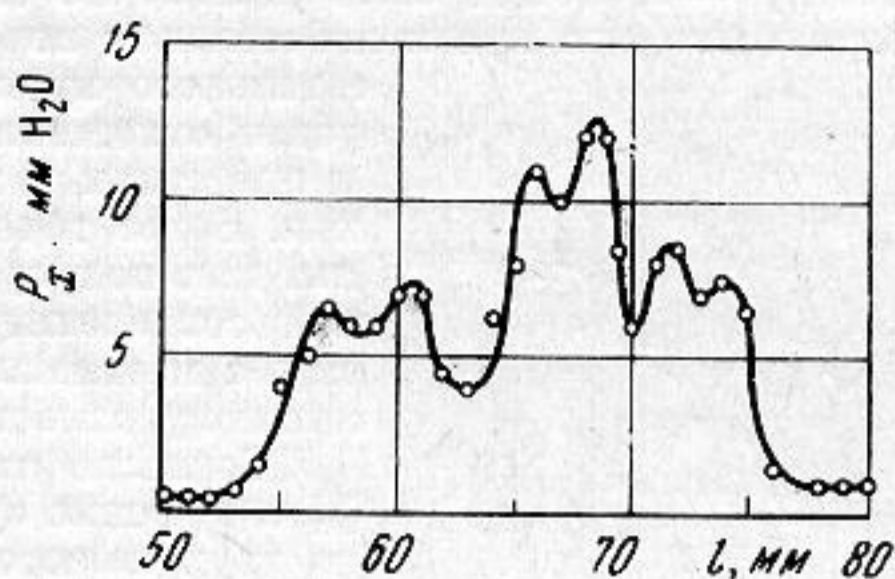


$= f(D_0)$, где D_0 — диаметр капилляра, показывает ярко выраженную зависимость p_x от D_0 . Из графика видно, что при $D_0 \geq 2$ мм эта кривая переходит в прямую $p_x(D_0) = \text{const}$. Очевидно, решение уравнения применимо для тех случаев, когда $D_0 \geq 2$ мм.



Фиг. 4



Фиг. 5

При $D_0 < 2$ мм имеют место какие-то дополнительные эффекты, подлежащие дальнейшему исследованию.

В качестве примера применения прибора было снято распределение давления звука по диаметру кварцевого излучателя (фиг. 5), работающего на частоте 800 кгц в трансформаторном масле на расстоянии 40 мм от поверхности излучателя.

Одесский государственный университет

Поступило в редакцию
6 декабря 1964 г.

УДК 534.6:532.13

К РАСЧЕТУ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДАТЧИКОВ ВЯЗКОСТИ С ЖИДКОСТЬЮ

Ю. К. Смирнов

В настоящей работе рассматривается без учета краевых эффектов одномерная задача для пластинки (фиг. 1), погруженной в жидкость и колеблющейся в своей плоскости, причем уравнение колебаний имеет вид [1]

$$m\ddot{x} + \beta_0\dot{x} + kx + 2S\sqrt{\mu\rho/\pi} \int_0^t [\ddot{x}(\tau)/\sqrt{t-\tau}] d\tau = F(t), \quad (1)$$

где m — суммарная масса колеблющейся системы, $x = x(t)$ — координата центра тяжести пластинки, β_0 — коэффициент внутреннего трения, k — коэффициент упругости, S — площадь одной стороны пластинки, μ и ρ — соответственно вязкость и плотность жидкости, $F(t)$ — внешняя сила. Четвертое слагаемое в левой части уравнения (1) представляет собою взятое с обратным знаком выражение для силы сопротивления жидкости $F_{ж}(t)$. В других работах (например, в работе [2]) полагают, что $F_{ж}(t) = -2S\sqrt{\mu\rho\omega}/2\dot{x}$, где ω — частота колебаний. При этом, во-первых, не учитывается масса слоя жидкости, увлекаемой пластинкой и изменяющей эффективную массу системы (т. н. присоединенная масса), во-вторых, в режиме затухающих колебаний конкретное значение ω не может быть выбрано с полной определенностью, поскольку спектр колебаний системы занимает некоторую полосу частот. Можно, однако, избавиться от этих ограничений, если решить уравнение (1) операционным методом.

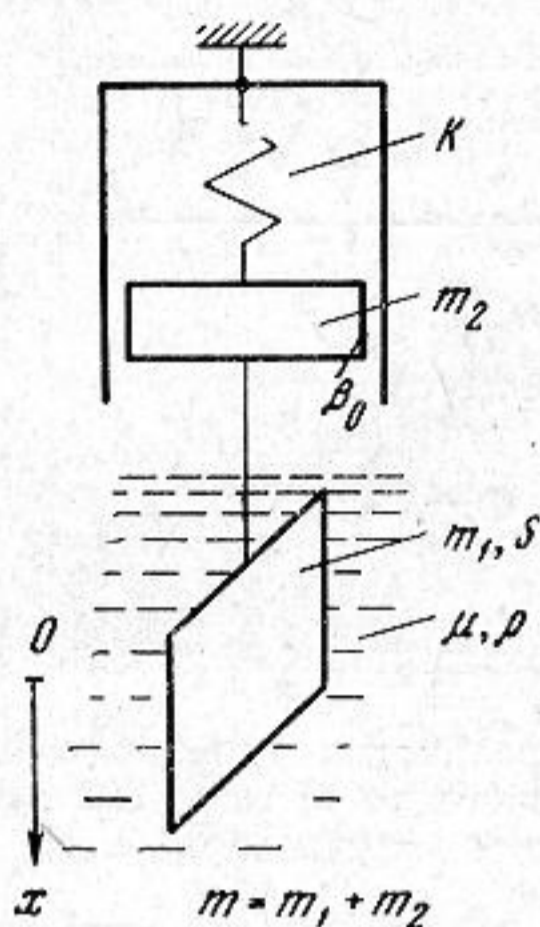
Изображение $x(p)$ функции $x(t)$, найденное из уравнения (1), в случае нулевых начальных условий и $F(t) = \delta(t)$ ($F(p) = 1$) будет

$$x(p) = (mp^2 + 2S\sqrt{\mu\rho p\sqrt{p}} + \beta_0 p + k)^{-1}.$$

Чтобы перейти от $x(p)$ к $x(t)$, следует применить формулу обращения преобразования Лапласа [3]. Особыми точками подынтегральной функции в этой формуле являются: точка разветвления при $p = 0$ и полюсы, определяемые в данном случае из уравнения

$$[1/x(p)] = 0. \quad (3)$$

Из-за двужначности \sqrt{p} такие же корни должно иметь уравнение, родственное (3) (при S с обратным знаком). Необходимо учитывать лишь те корни p_i (их два) уравнения (3), которые удовлетворяют условию $-\pi < \arg p_i < \pi$ и соответствуют главной ветви функции $x(p)$. При $S > 0$ они расположены в левой полуплоскости комплексной переменной p . Уравнение четвертой степени, полученное из уравнения (3) путем замены $\sqrt{p} = x$, может быть решено по способу Феррари [4], если использовать то обстоятельство, что при колебательном переходном процессе один из корней вспомога-



Фиг. 1

тельного кубического уравнения с большой точностью равен отношению свободного члена к коэффициенту при неизвестном в первой степени, взятому с обратным знаком. Более точные значения полюсов могут быть получены, как полусумма близлежащих приближенных значений совпадающих корней уравнений (3) и родственного ему, а максимальная погрешность вычисления полюсов — как полуразность этих корней.

Согласно теории функций комплексной переменной [3], $x(t)$ равно сумме вычетов функции $x(p)e^{pt}$ относительно двух полюсов, вычисленных рассмотренным выше методом, $(x_1(t))$ и интеграла вдоль двойного разреза, охватывающего точку разветвления $p = 0$, $(x_2(t))$, где $x_1(t)$ и $x_2(t)$ имеют вид

$$x_1(t) = \frac{2}{\sqrt{km}(A_c^2 + A_s^2)} e^{-at} (A_c \cos \omega_1 t + A_s \sin \omega_1 t),$$

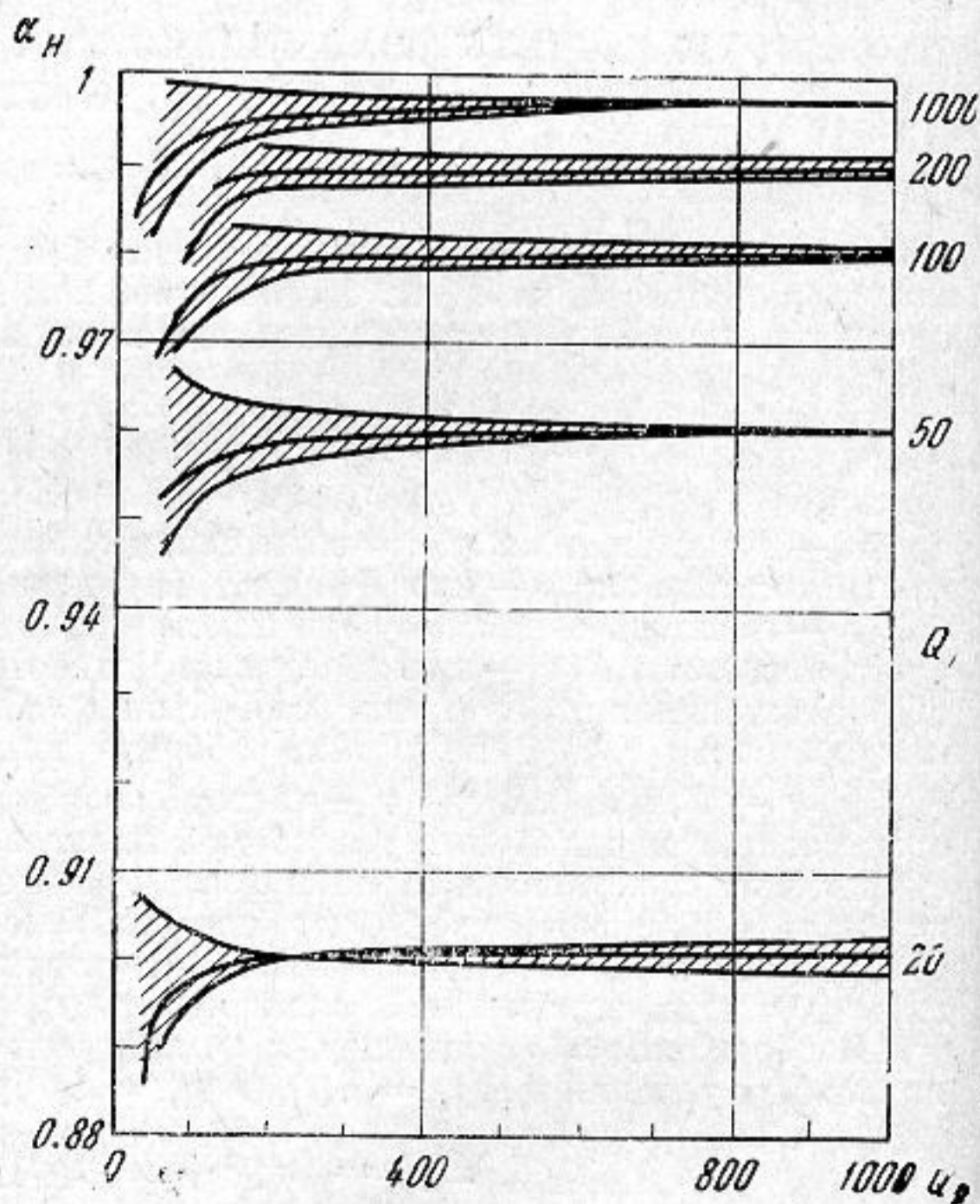
$$x_2(t) = -\frac{a}{\pi \sqrt{km}} \int_0^\infty \frac{\Theta \sqrt{\Theta}}{(\Theta^2 - b\Theta + 1)^2 + a^2\Theta^3} \times e^{-\Theta t \omega_0} d\Theta.$$

Отличия от известного по статье [2] решения заключаются в следующем: 1) наличествует процесс $x_2(t)$, который имеет неколебательный характер; 2) гармоническое заполнение в $x_1(t)$ имеет сдвиг по фазе $\varphi \neq 0$ относительно момента возбуждения колебаний; 3) приращение коэффициента затухания при погружении датчика в жидкость почти не зависит от собственной добротности системы

$Q_0 = \sqrt{km} / \beta_0^2$; 4) приращение коэффициента затухания не является линейной функцией произведения $\sqrt{\mu\rho}$. Наиболее важными являются свойства 3) и 4), которые количественно характеризуются графиками фиг. 2, где по оси ординат отложено α_n — нормированное приращение коэффициента затухания при различных значениях

$$Q_1 = [(S/m) \sqrt{\mu\rho} / 2\sqrt{k/m}]^{-1},$$

причем $\alpha_n = (\Delta\alpha_1 / \Delta\alpha_2)$, где $\Delta\alpha_1$ — приращение коэффициента затухания α колебательной составляющей $x_1(t)$ при погружении пластинки в жидкость с параметрами μ, ρ , $\Delta\alpha_2$ — приращение коэффициента затухания колебаний, вычисленное согласно теории [2] при $\omega = \sqrt{k/m}$, прямопропорциональное $\sqrt{\mu\rho}$ и не зависящее от Q_0 . С учетом неточности вычислений по приближенным формулам, полученным рассмотренным выше методом, кривые $\alpha_n(Q_0, Q_1)$ должны находиться в пределах заштрихованных участков. Если бы существовало равенство $\Delta\alpha_1 = \Delta\alpha_2$, то графики фиг. 2 превратились бы в прямую $\alpha_n = 1$. Но на самом деле $\Delta\alpha_1 \neq \Delta\alpha_2$, и значения α_n при различных Q_1 не совпадают, причем, как видно из фиг. 2, это несовпадение больше возможной ошибки в расчетах. Из графиков фиг. 2 следует, что при изменении Q_1 от 1000 до 20 (что эквивалентно измене-



Фиг. 2

нию вязкости в 2500 раз), α_n уменьшается от 0,997 до 0,902, т. е. отклонения для прежней теории составляют около 10%. Физически это может быть объяснено влиянием присоединенной массы. Если необходимо иметь точные результаты решения уравнения (1) для $Q_1 < 20$ и $Q_0 < 200$, то следует продолжить решение характеристического уравнения (3) численным методом.

Автор выражает благодарность В. А. Соловьеву за ряд ценных советов и обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. *Механика сплошных сред*, изд. 2. М., ГТТИ, 1953.
2. А. И. Приданцев, А. В. Ромашевский, А. Н. Соловьев. Об одном методе непрерывного измерения вязкости. *Ж. прикл. мех. и техн. физ.*, 1961, 1, 128—132.
3. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. *Методы теории функций комплексного переменного*, изд. 2. М., Физматгиз, 1958.
4. А. Г. Курош. *Курс высшей алгебры*, изд. 7. М., Физматгиз, 1962.

Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина)

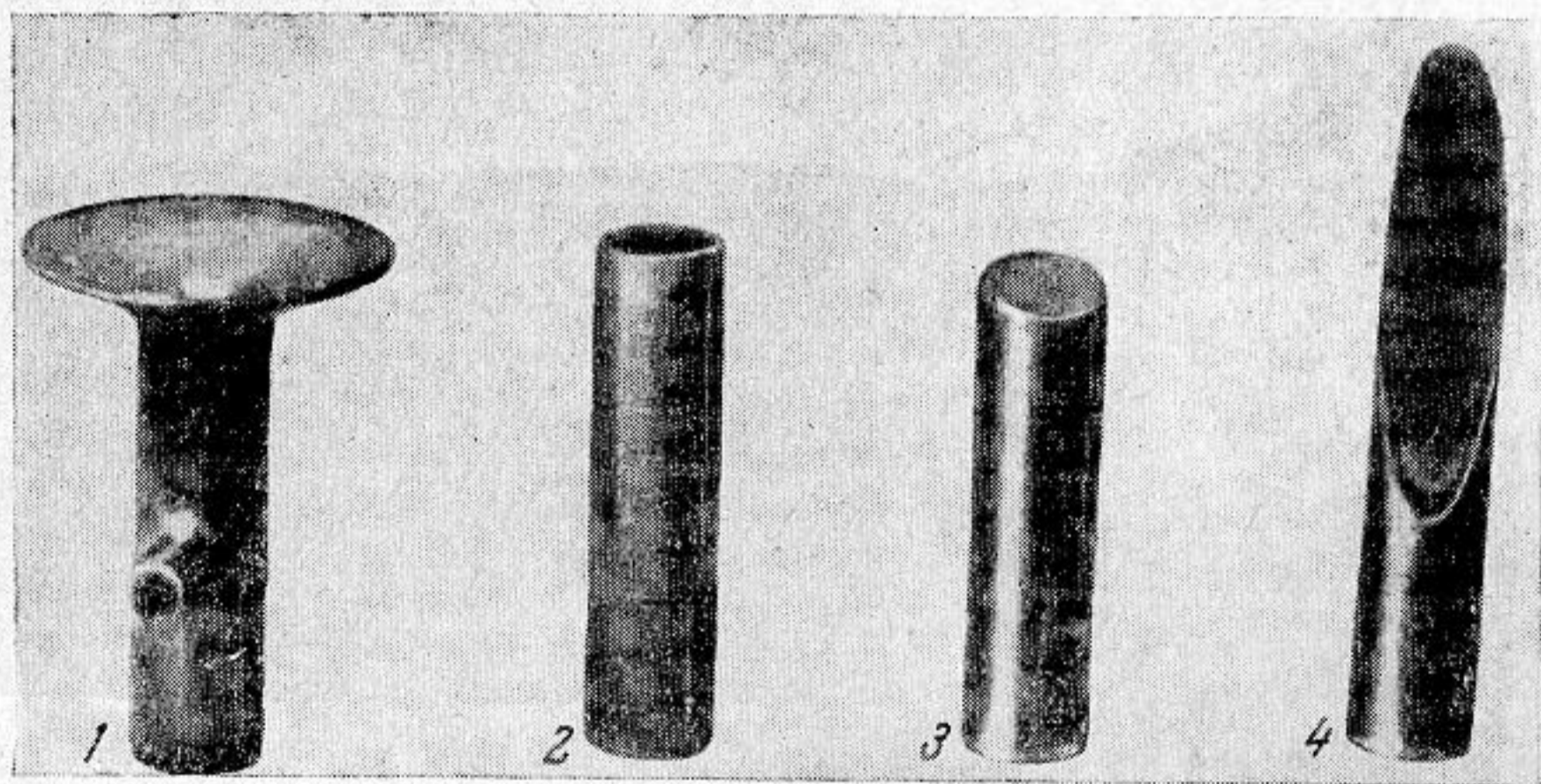
Поступило в редакцию
7 декабря 1964 г.

УДК 534.29

О РАСПЫЛЕНИИ ЖИДКОСТИ НИЗКОЧАСТОТНЫМИ УЛЬТРАЗВУКОВЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

О. К. Экнадиосяни

В настоящем сообщении приводятся результаты предварительных исследований ультразвукового распыления жидкостей в килогерцевом диапазоне частот. Для этой цели нами были проведены высокоскоростные киносъемки каплеобразования и иссле-



Фиг. 1

дован дисперсный состав образующихся аэрозолей. Распыление жидкостей осуществлялось с помощью многочастотного ультразвукового излучателя, состоящего из пакетного преобразователя, разработанного Макаровым [1], снабженного экспоненциальным концентратором с навинченной на конце распылительной головкой (фиг. 1). Излучатель, имеющий около двух метров длины, был установлен на ферме (фиг. 2) с площадкой в верхней части для размещения кинокамеры, осветителей и других приборов. При проведении исследования дисперсного состава аэрозоля использовалась головка 1, в процессе кинематографирования жидкость распылялась головками 2, 3 и 4. Подача жидкости в область распыления осуществлялась с помощью тонкой трубки, расположенной у верхнего края головки. Высокоскоростная киносъемка*, проведенная со скоростью 5000 кадр/сек, показала, что образование капель аэрозоля

* В проведении киносъемок участвовала Н. А. Куклева.