АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XI 1965 Вып. 4

УДК 534.529

О ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРОВ ГАЗОВЫХ ПУЗЫРЬКОВ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ

В. И. Ильичев, Г. Г. Неуймин

Приведены результаты экспериментального и теоретического исследования распределения по размерам газовых пузырьков, образующихся при кавитации в турбулентном потоке жидкости. Показано, что закон распределения является нормально-логарифмическим.

При исследовании физико-химических процессов, протекающих при барботировании газа через жидкость, при изучении явлений, связанных с процессами кавитации, и в ряде других случаев, важно знать размеры пузырьков газа, образующихся в жидкости. Эти размеры определяют скорость обмена между жидкостью и газом, устойчивость кавитационных каверн и т. д.

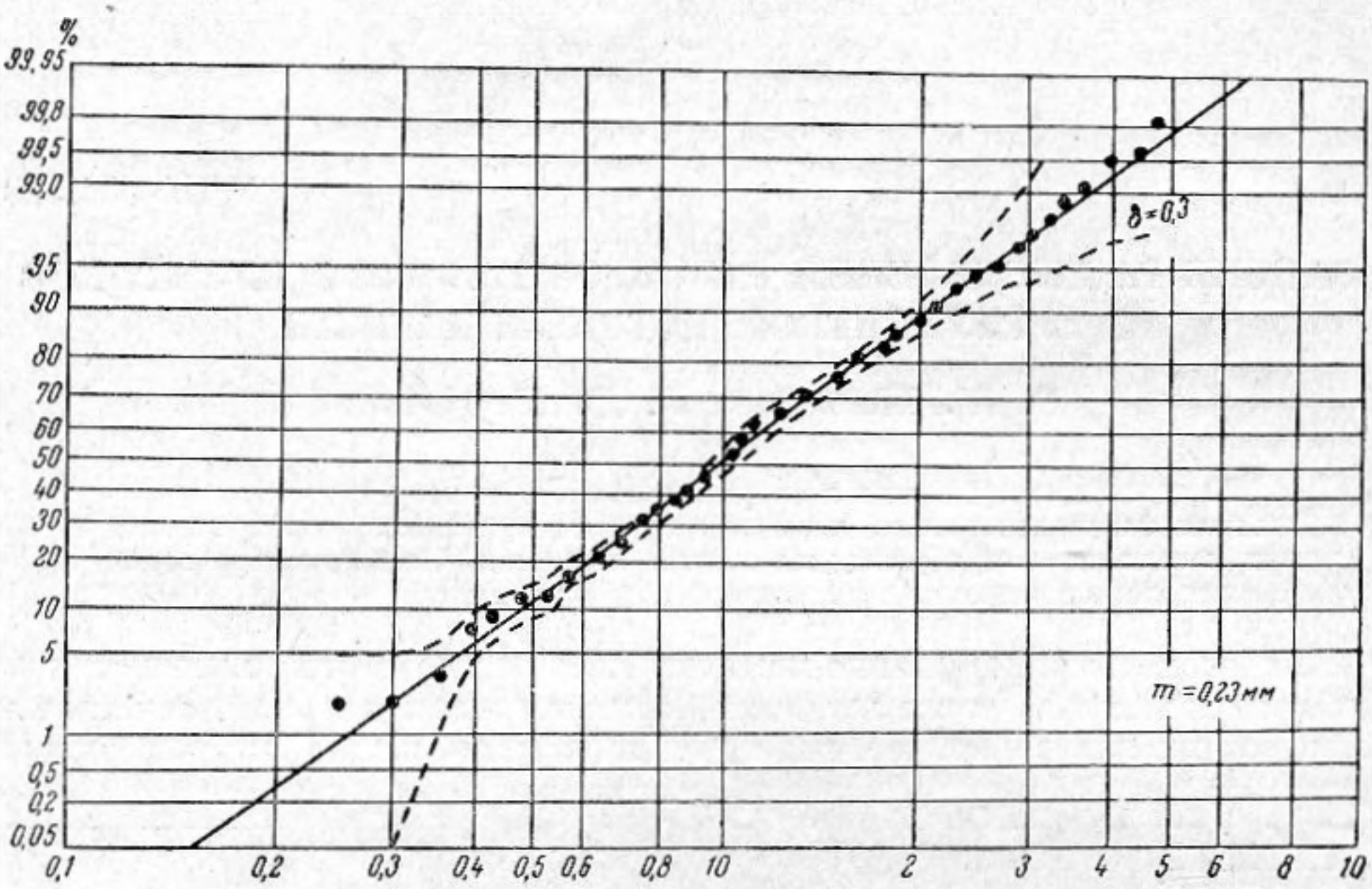
Нами было проведено исследование размеров газовых пузырьков, возникающих в турбулентном потоке жидкости, создаваемом вращающимся винтом. Было установлено, что общий характер функции распределения пузырьков по размерам сохраняется всегда неизменным, хотя абсолютное содержание пузырьков и в некоторых пределах их абсолютные размеры могут изменяться в зависимости от условий эксперимента.

Измерения производились при помощи прибора, описанного ранее [1] и использующего фотографический метод регистрации пузырьков, заключенных в определенном объеме жидкости. Кратко метод измерения сводился к следующему: на некотором расстоянии от винта, создающего кавитирующий турбулентный поток, при помощи прибора захватывался некоторый объем воды с содержащимися в нем пузырьками газа. Объем изолировался от механических воздействий потока и выдерживался при тех же условиях температуры и давления, которые он имел в потоке, в течение некоторого промежутка времени. За это время все пузырьки, заключенные в объеме, всплывали и осаждались на верхней стеклянной стенке трубы прибора. Осевшие пузырьки фотографировались.

Далее, путем измерения размеров изображений пузырьков на пленке и подсчета их числа определялось абсолютное количество пузырьков данного размера в одном литре воды. Измерения диаметра пузырька проводились с точностью 0,01 *мм*. На основании этих данных строились графики распределения пузырьков по размерам.

Как показали контрольные опыты, при не слишком больших абсолютных концентрациях пузырьков, меньших 2700 штук в литре, слияния пузырьков или изменения их размеров при осаждении их на стекло и за время нахождения в осажденном состоянии не происходит, т. е. распределение размеров пузырьков в жидкости можно практически считать совпадающим с распределением пузырьков, осевших на стекло, если время, прошедшее от забора пробы до фотографирования, достаточно для всплытия всех пузырьков.

На фиг. 1 и 2 приведены примеры кривых распределения, полученных в результате усреднения данных значительного числа экспериментов, идентичных по условиям проведения. Кривая распределения на фиг. 1 построена для выборки, содержащей 3150 пузырьков, а на фиг. 2 — 1030 пузырьков. На фиг. 1 и 2 по оси абсцисс в логарифмическом масштабе отложены отношения диаметров пузырьков к величине среднего диаметра пузырька,



Фиг. 1

а по оси ординат в нормально-вероятностном масштабе — вероятность наблюдения пузырьков с размерами, меньшими фиксированного. Данные фиг. 1 и 2 соответствуют различным условиям эксперимента, а именно — различному количеству растворенных в воде газов и солей. Как видно, в обоих случаях характер распределения аналогичен.

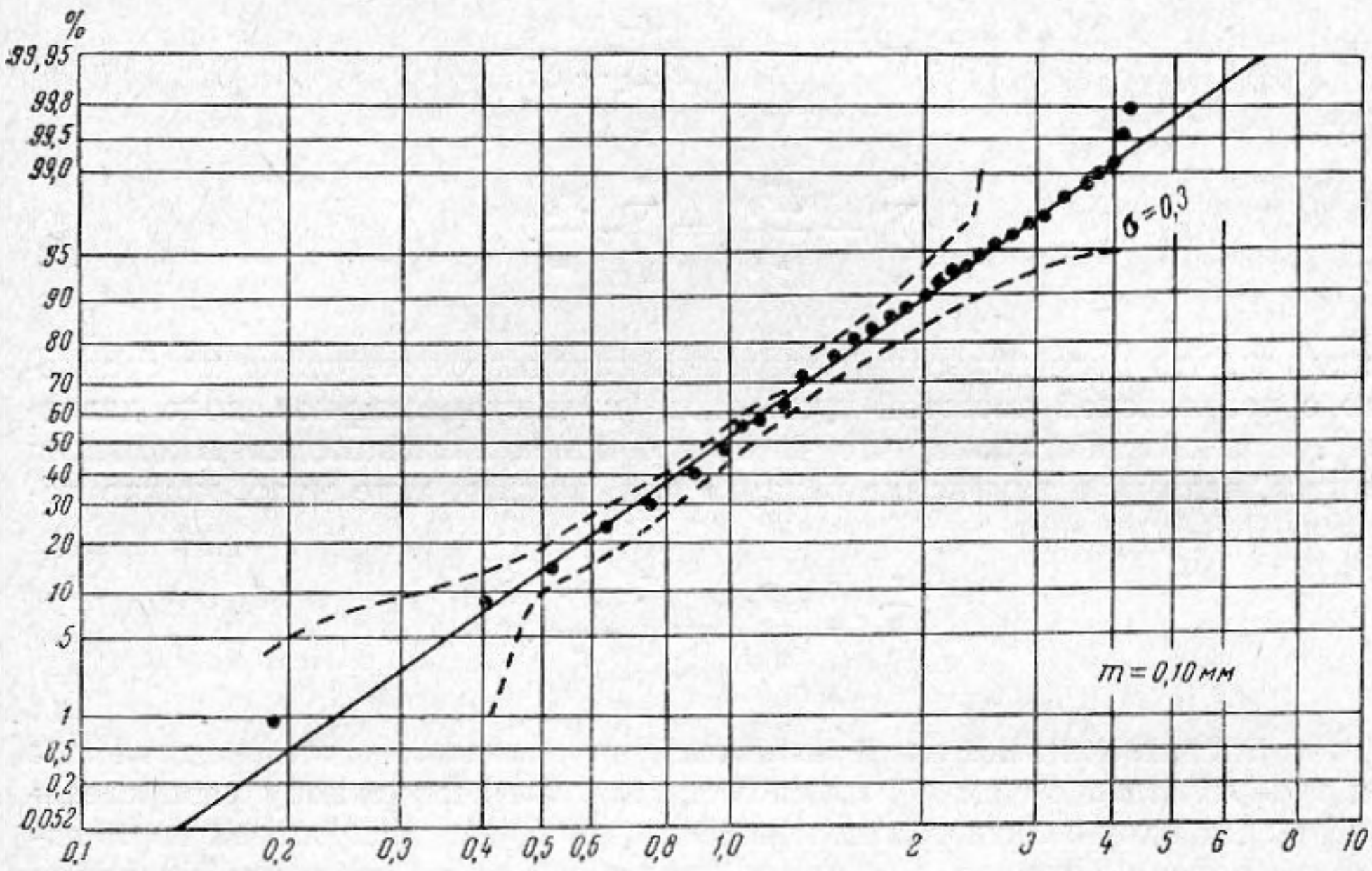
Сравнение графиков с известными законами распределения приводит к заключению, что распределение весьма похоже на нормальное логарифмическое распределение. Сплошной линией на графиках фиг. 1 и 2 показаны прямые, выражающие закон нормального логарифмического распределения.

Вычисление доверительных границ для теоретического распределения по критерию согласия Колмогорова [2] показало, что с вероятностью 99% теоретическая кривая не должна отклоняться от экспериментальных данных для фиг. 1 на $\pm 3\%$ и для фиг. 2 на $\pm 5\%$. Отклонение теоретической кривой от экспериментальных данных для фиг. 1 и 2 не превышает интервала доверительных границ, что говорит о хорошем соответствии распределения, полученного экспериментально с нормально-логарифмическим распределением.

Рассмотрим механизм, обусловливающий вид распределения размеров газовых пузырьков в турбулентном потоке. Этот механизм может быть двух родов — рост пузырьков из зародышей в результате пульсаций давления в турбулентном потоке и разрушение под действием давления скоростного напора крупных пузырей, образовавшихся при кавитации или внесенных в поток извне.

Критический размер пузырька, разрушающегося под действием скоростного напора, был определен в работе [3]. Пусть газовый пузырек ради-

уса r движется в турбулентном потоке. Он подвергается воздействию пульсаций турбулентного течения, которое увлекает газ внутри пузырька. Когда давление скоростного напора газа становится больше капиллярных сил, пузырек разрушается, т. к. никаких деформаций, стабилизирующих пузырек, не возникает. Считая, что происходит полное увеличение газа внутри пузырька внешним движением, т. е. что скорость движения газа u'



Фиг. 2

в пузырьке равна скорости движения жидкости u, будем брать в качестве условия, определяющего критический радиус пузырька $r_{кр}$, соотношение [3]:

$$r_{кр} \simeq \sqrt[3]{\frac{3}{K_1'}} \frac{\alpha}{u^2\sqrt{\rho'\rho^2}}, \tag{1}$$

где — K_1' — постоянный коэффициент, ρ — плотность жидкости, ρ' — плотность газа, α — коэффициент поверхностного натяжения. Пузырьки, имеющие размер, больший критического, разрушаются потоком. Вероятность наблюдения их мала, поэтому практически в турбулентном потоке величина критического радиуса пузырька определяет максимальный размер пузырька.

Пузырьки меньшие $r_{кр}$ не дробятся на более мелкие, однако из-за флюктуаций давления в потоке размер этих пузырьков будет изменяться. Вид функции распределения газовых пузырьков, меньших критического размера в турбулентном потоке, можно получить, воспользовавшись известной в математической статистике схемой Кэптейна [5].

Как известно, связь между радиусом пузырька, поверхностным натяжением и избыточным давлением выражается формулой:

$$r = \frac{2\alpha}{P - P_{вн}}, \tag{2}$$

где r — радиус пузырька, α — поверхностное натяжение, P — парциальное давление газа в пузырьке, $P_{вн}$ — внешнее давление. Пусть при изменении

избыточного давления $P_{i-1} = P - P_{вн}$ на δP_i, радиус пузырька изменился с r_{i-1} на r_i. Это можно записать в виде:

$$r_i - r_{i-1} = 2a\left(\frac{1}{P_{i-1} + \delta P_i} - \frac{1}{P_{i-1}}\right). \tag{3}$$

После преобразования правой части равенства (3) получим:

$$r_i - r_{i-1} = -\frac{r_{i-1}\,\delta P_i}{P_{i-1} + \delta P_i}, \tag{4}$$

откуда

$$\sum_{i=1}^{n} -\frac{\delta P_i}{P_i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta r_i}{r_{i-1}}. \tag{5}$$

Полагаем, что поле пульсаций давления изменяется медленно по сравнению с резонансной частотой пузырьков (квазистационарное поле давления). Предполагая также, что число причин n, вызывающих изменения радиуса, велико, а изменение радиуса при каждом акте мало, можно написать

$$\sum_{i=1}^{n} -\frac{\delta P_i}{P_i} = \int_{r_0}^{r} \frac{dr}{r}. \tag{6}$$

Согласно имеющимся экспериментальным данным, пульсации давления при турбулентном течении подчиняются нормальному закону распределения [4]. Поэтому и интеграл в выражении (6) будет распределен нормально с дисперсией, равной дисперсии пульсаций давления в турбулентном потоке и средним значением

$$\ln \bar{m} = \ln \frac{r}{r_0} = \sum_{i=1}^{n} -\frac{\delta P}{P_{i-1}}. \tag{7}$$

Нетрудно видеть, что, поскольку для стационарного процесса $\sum_{i=1}^{n} \delta P_i$, при $n \to \infty$ стремится к нулю, существенного изменения среднего размера пузырька по сравнению с начальным размером r_0 и при конечном n происходить не должно. Так как интеграл в правой части выражения (6) равен логарифму от отношения радиуса пузырьков к начальному радиусу пузырька r_0, то логарифмы радиусов пузырьков, находящихся в турбулентном потоке, будут распределены по нормальному закону:

$$W(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma r} \exp\left(-\frac{(\ln r - \ln \bar{m})^2}{2\sigma^2}\right), \tag{8}$$

т. е. для пузырьков с радиусами, меньшими критического, должно выполняться нормальное логарифмическое распределение.

Обратимся теперь к пузырькам с размерами больше критического. Как уже указывалось, они дробятся на более мелкие. Колмогоровым [6] было показано, что размеры частиц, образующихся при дроблении твердого тела, подчиняются закону нормального логарифмического распределения. Можно предположить по аналогии, что при дроблении крупных газовых пузырьков, для которых силы поверхностного натяжения имеют второстепенное значение, и, следовательно, скорость дробления их не должна зависеть от размера, распределение размеров должно подчиняться также логарифмическому нормальному закону. Поскольку сумма случайных величин, подчиняющихся нормальному закону, распределена также по нормальному

закону, то и результирующий закон распределения логарифмов размеров пузырьков в турбулентном потоке в этом случае будет нормальным, что соответствует опытным данным.

Однако в работе [6] сделан ряд предположений, которые для газовых пузырьков всех размеров, встречающихся в жидкости, не выполняются. Одним из них является допущение, что скорость дробления данной частицы на n частиц не зависит от начального размера частиц. Для газовых пузырьков такое предположение несправедливо. Действительно, пузырьки с радиусом, меньшим критического, при слабых воздействиях не дробятся, а с радиусом, большим критического, неустойчивы и дробятся. Таким образом, скорость дробления пузырьков зависит от размера частицы и изменяется скачком при радиусе пузырька, равном критическому. В работе [6] высказывается предположение, что для таких частиц закон распределения при дроблении, возможно, будет отличен от нормально-логарифмического.

Тем не менее, полученные нами экспериментальные данные подтверждают близость наблюдаемого распределения размеров пузырьков к нормальному логарифмическому распределению, что объясняется структурой закона, связывающего силы поверхностного натяжения с размером газового пузырька.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Глотов, П. А. Колобаев, Г. Г. Неуймин. Исследование рассеяния звука пузырьками, создаваемыми искусственным ветром в морской воде, и статистического распределения размеров пузырьков. Акуст. ж., 1961, **7**, 4, 421—427.
2. Я. Б. Шор. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М., Советское радио, 1962, стр. 101.
3. В. Г. Левич. Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959, стр. 451.
4. С. П. Божич. Некоторые статистические закономерности стационарных случайных процессов. Гидропроект им. С. Я. Жук. Техн. сообщ., 7, 1959.
5. А. Хальд. Математическая статистика с технологическими приложениями. М., ИЛ, 1956.
6. А. Н. Колмогоров. О логарифмически-нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении. Докл. АН СССР, 1941, **31**, 2, 99—101.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
29 марта 1963 г.