АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том X 1964 Вып. 2

УДК 534.21—16

ЗАТУХАНИЕ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН В ПЛАСТИНЕ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ

К. В. Жарков, Л. Г. Меркулов, Е. Д. Пигулевский

Найдены выражения, связывающие коэффициенты затухания нормальных волн в пластинах с затуханием объемных волн. Произведен расчет дисперсионных кривых для двух первых симметричных и антисимметричных мод. Даются результаты экспериментального исследования затухания нормальных волн в стальных пластинах.

В работе [1] был произведен расчет затухания нормальных волн, вызванного потерями на излучение в окружающую среду. Для многих практических задач (например, контактной ультразвуковой дефектоскопии листовых материалов) представляет интерес нахождение коэффициентов затухания нормальных волн в самом материале пластины. Такой расчет может быть выполнен методом, аналогичным использованному в работе [1].

Дисперсионные уравнения для пластины со свободными границами имеют вид:

симметричные моды

$$\frac{\operatorname{th}(\beta' h/2)}{\operatorname{th}(\gamma' h/2)} - \frac{4k'^2\gamma'\beta'}{(k'^2+\beta'^2)^2} = 0, \tag{1}$$

антисимметричные моды

$$\frac{\operatorname{th}(\gamma' h/2)}{\operatorname{th}(\beta' h/2)} - \frac{4k'^2\gamma'\beta'}{(k'^2+\beta'^2)^2} = 0, \tag{2}$$

где $\gamma' = \sqrt{k'^2 - k_e'^2}$, $\beta = \sqrt{k'^2 - k_i^2}$, k_e' и k_i' — волновые числа для продольных и сдвиговых волн в материале пластины, h — толщина пластины. Для учета затухания достаточно положить $k' = k + i\alpha$, $k_e' = k_e + i\alpha_e$, $k_t' = k_t + i\alpha_t$, где α, α_e, α_t — амплитудные коэффициенты затухания соответственно нормальной, продольной и сдвиговой волн; считаем α, α_e, $\alpha_t \ll k$, k_e, k_t. (Поправку на фазовую скорость в данном приближении можно не учитывать.) Мы можем написать приближенно

$$k'^2 \approx k^2\left(1 + \frac{i2\alpha}{k}\right),$$

$$\gamma' \approx \gamma\left[1 + \frac{i(k\alpha - k_e\alpha_e)}{\gamma^2}\right], \tag{3}$$

$$\beta' \approx \beta\left[1 + \frac{i(k\alpha - k_t\alpha_t)}{\beta^2}\right].$$

Подставив эти выражения в уравнения (1) и (2) и выполнив разложения с точностью до членов 1-го порядка, после ряда алгебраических преобразований найдем

для симметричных мод

$$\alpha_s = \frac{1}{k}\left\{\frac{[k_t\alpha_t b_1 - k_e\alpha_e b_2] + \left[\frac{k_e\alpha_e}{\gamma^2} + \frac{k_t\alpha_t}{\beta^2} - \frac{4k_t\alpha_t}{k^2+\beta^2}\right]}{[b_1 - b_2] + \left[\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\beta^2} - \frac{2}{k^2}\cdot\frac{(3k^2-\beta^2)}{k^2+\beta^2}\right]}\right\}, \quad (4)$$

для антисимметричных мод

$$\alpha_a = \frac{1}{k}\left\{\frac{[k_e\alpha_e b_2 - k_t\alpha_t b_1] + \left[\frac{k_e\alpha_e}{\gamma^2} + \frac{k_t\alpha_t}{\beta^2} - \frac{4k_t\alpha_t}{k^2+\beta^2}\right]}{[b_2 - b_1] + \left[\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\beta^2} - \frac{2}{k^2}\cdot\frac{(3k^2-\beta^2)}{k^2+\beta^2}\right]}\right\}, \quad (5)$$

где введены обозначения:

$$b_1 = \frac{h}{2\beta}\left(\operatorname{th}\frac{\beta h}{2} - \operatorname{cth}\frac{\beta h}{2}\right), \quad b_2 = \frac{h}{2\gamma}\left(\operatorname{th}\frac{\gamma h}{2} - \operatorname{cth}\frac{\gamma h}{2}\right).$$

Для практических целей удобно переписать последние выражения в виде

$$\alpha_s = A_s\alpha_e + B_s\alpha_t, \qquad \alpha_a = A_a\alpha_e + B_a\alpha_t, \quad (6)$$

где A и B являются функциями fh и находятся путем численных расчетов при помощи формул (4) и (5) и известных дисперсионных кривых фазовой скорости в пластине. Формулы (3) — (5) могут быть использованы для всей дисперсионной области за исключением точек, где $k = k_e$, $(\gamma = 0)$, $k = k_t$, $(\beta = 0)$, $k = 0$ (критическая частота).

Рассмотрим некоторые частные случаи. Если fh мало, то для симметричной волны возможна только одна мода s_0, удовлетворяющая дисперсионному уравнению

$$(k'^2 + \beta'^2)^2 = 4k'^2\gamma'^2. \quad (7)$$

Легко показать, что

$$\alpha_{s_0}\Big|_{fh\to 0} = \frac{kk_e}{(\gamma+k)^2}\alpha_e + \frac{\gamma k_t}{(\gamma+k)^2}\alpha_t.$$

Это выражение можно переписать в виде

$$\alpha_{s_0}\Big|_{fh\to 0} = \frac{[(v_e/v_s)\alpha_e + \sqrt{(v_e/v_{s_0})^2 - 1}\,(v_e/v_t)\alpha_t]}{[\sqrt{(v_e/v_{s_0})^2 - 1} + (v_e/v_{s_0})]^2}, \quad (8)$$

где $v_s = \sqrt{E/\rho(1-\sigma^2)}$. При больших значениях fh величины b_1 и $b_2 \to 0$ (считаем $\beta \neq 0$) и

$$\alpha_{s_0} = \alpha_{a_0} = \frac{1}{k}\cdot\frac{\left[\frac{k_e\alpha_e}{\gamma^2} + \frac{k_t\alpha_t}{\beta^2} - \frac{4k_t\alpha_t}{k^2+\beta^2}\right]}{\left[\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\beta^2} - \frac{2}{k^2}\cdot\frac{(3k^2-\beta^2)}{k^2+\beta^2}\right]}. \quad (9)$$

Нетрудно убедиться, что последнее выражение совпадает с хорошо известной формулой Пресса и Хили [2] для коэффициента затухания рэлеевской волны

$$\alpha_p = \frac{\alpha_e\frac{v_e}{\ }\left[4\left(1-\frac{v_p^2}{\ }\right)\frac{v_t^2}{v_e^2}\right] + \alpha_t\frac{v_t}{v_p}\left[4\left(1-\frac{v_p^2}{v_e^2}\right) - \left(2-\frac{v_p^2}{v_t^2}\right)^3\right]}{4\left(1-\frac{v_p^2}{v_e^2}\right) + 4\left(1-\frac{v_p^2}{v_t^2}\right)\frac{v_t^2}{v_e^2} - 2\left(2-\frac{v_p^2}{v_t^2}\right)^3}, \quad (10)$$

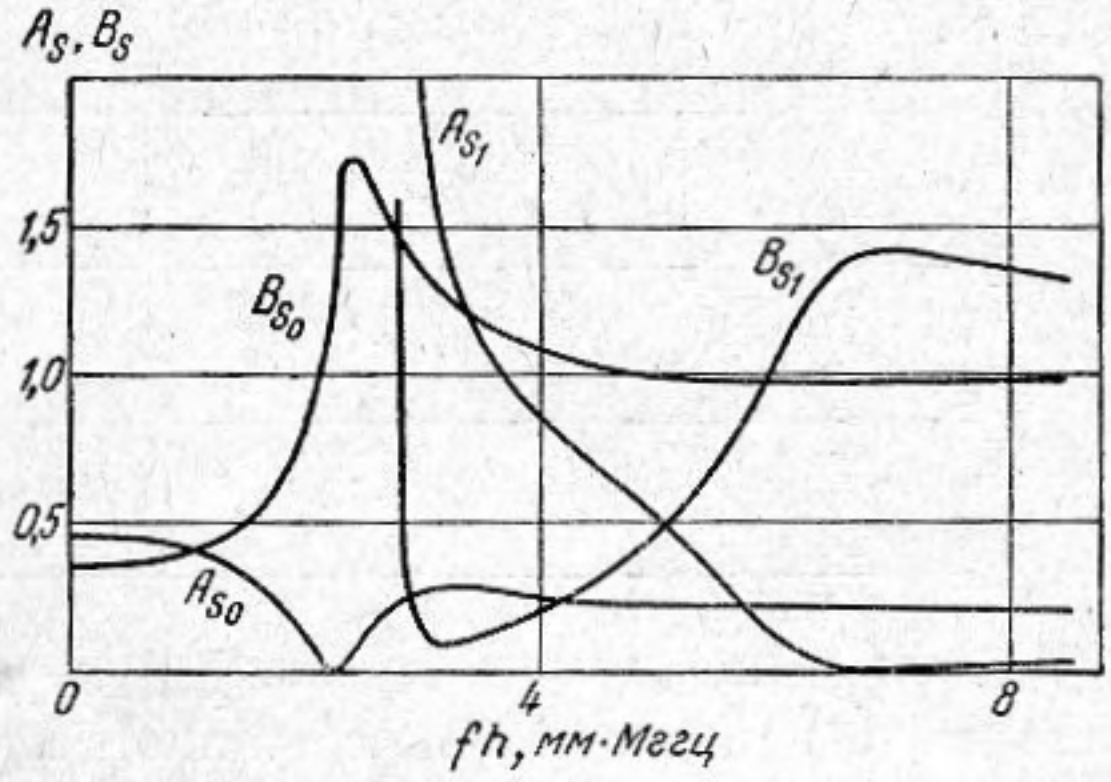
где v_p, α_p — скорость и коэффициент затухания волны Рэлея.

Если фазовая скорость нормальной волны $v = \sqrt{2}v_t$, то для симметричных мод $\operatorname{tg} \beta h / 2 \to \infty$, а для антисимметричных — $\operatorname{th} \beta h / 2 \to 0$; из выражений (4) и (5) в этом случае сразу получаем

$$a_s = a_a = \frac{k_t a_t}{k} = \sqrt{2}\, a_t.$$

На фиг. 1 и 2 даны рассчитанные величины A_s, B_s, A_a, B_a для двух первых мод в стальной пластине ($v_e = 5{,}94 \cdot 10^5$ *см/сек*, $v_t = 3{,}22 \times \times 10^5$ *см/сек*). Приведенные кривые определяют коэффициенты затуханий нормальных волн в функции fh.

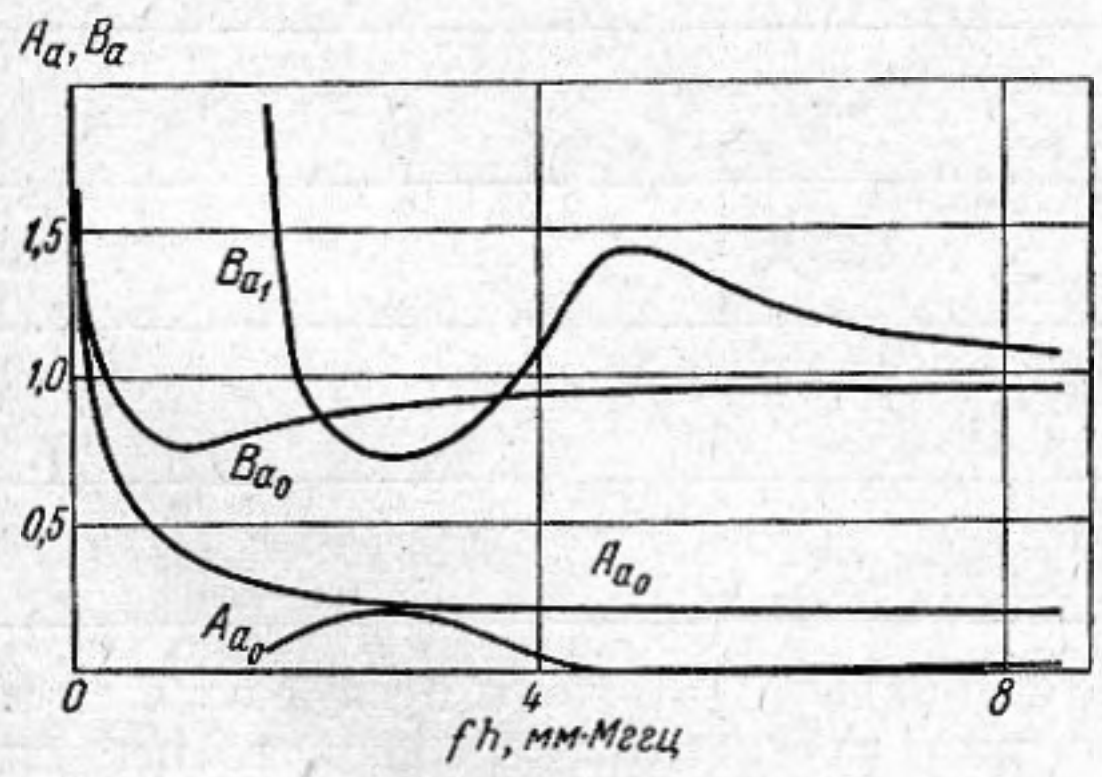
Интересно отметить, что уже при $fh > 5$ затухание мод a_0 и s_0 практически соответствует рэлеевской волне.



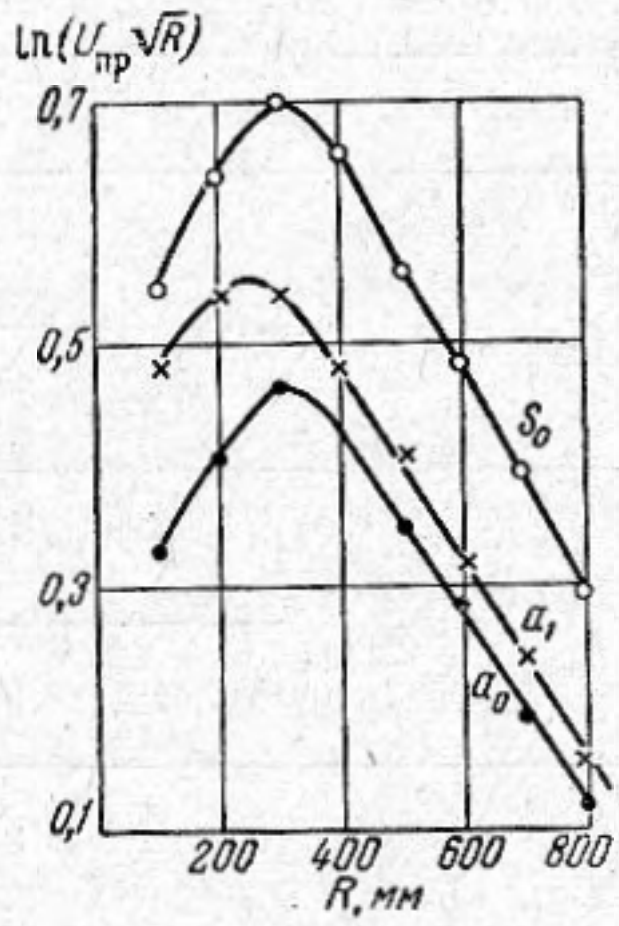
Фиг. 1

Экспериментальные исследования затухания нормальных волн проводились на листах из малоуглеродистой стали ($C = = 0{,}15\%$). Испытуемые образцы имели хорошее качество поверхности, что позволяло практически не считаться с рассеянием на поверхностных неоднородностях (даже для мод a_0 и s_0). Металлографический анализ листов соответствовал обычной нормализованной структуре. Средние размеры зерен равнялись 0,015 *мм* (для образцов с $h = 2$ и 2,7 *мм*) и 0,03 *мм* ($h = 3{,}3$ *мм*).

Для измерений использовался ультразвуковой импульсный метод. Акустический контакт пьезокварцевых излучателей с поверхностью достигался через струю воды. Стенки водосливных трубок имели вставки



Фиг. 2



Фиг. 3

для акустического заглушения многократных внутренних отражений ультразвуковых импульсов в водяной струе. Селективное возбуждение различных мод нормальных волн осуществлялось путем плавной регулировки угла падения. Излучающая и приемная пьезокварцевые головки располагались одна против другой вдоль прямой, по которой распространя-

лись нормальные волны. Отсчет величины принятого сигнала при изменении расстояния, пройденного нормальной волной, производился по аттенюатору с точностью 0,5 *дб*. Строились графики зависимости

Таблица 1

α, *сек*$^{-1}$	fh, *мггц·мм*		
	3,5	4,0	4,25
	f=1,3 *мггц*, h=2,7 *мм*	f=2 *мггц*, h=2 *мм*	f=1,3 *мггц*, h=3,3 *мм*
α_{a_0}	$5{,}5\cdot10^{-3}$	$8\cdot10^{-3}$	$5{,}2\cdot10^{-3}$
α_{a_1}	$4{,}4\cdot10^{-3}$	$8{,}2\cdot10^{-3}$	$6{,}6\cdot10^{-3}$
α_{s_0}	$6{,}5\cdot10^{-3}$	$8{,}9\cdot10^{-3}$	$7{,}4\cdot10^{-3}$
α_{s_1}	$5{,}2\cdot10^{-3}$	Не возбужд.	$5{,}5\cdot10^{-3}$

$\ln(u_{\text{пр}}\sqrt{R}) = -\alpha R$, где $u_{\text{пр}}$ — амплитуда принятого сигнала в относительных единицах, R — расстояние, пройденное нормальной волной. Для всех исследованных нами случаев, начиная с расстояний порядка 400—600 *мм*, построенные графики имели линейный характер, что соответствовало цилиндрической волне. На фиг. 3 представлен один из графиков для мод a_0, a_1 и s_0 при значении $fh = 4$ *мггц · мм* ($f = 2$ *мггц*, $h = 2$ *мм*) (мода s_1 при этом значении fh практически не возбуждается).

Результаты измерений коэффициентов затухания нормальных волн для мод a_0, a_1, s_0, s_1 представлены в табл. 1. Рассчитанные по ним при помощи графиков фиг. 1 и 2 значения α_e и α_t приведены в двух первых строках табл. 2. В последней строке даны результаты непосредственных измерений коэффициентов затухания продольных волн в стальных образцах с такой же структурой, как и у исследованных листов. Значения затуханий, найденные обоими методами, неплохо согласуются между собою.

Таблица 2

fh, *мггц·мм*		3,5	4,25	4,0
f, *мггц*		1,3	1,3	2,0
Измер. на норм. волнах	α_e, *см*$^{-1}$	$4{,}3\cdot10^{-3}$	$5{,}6\cdot10^{-3}$	$5{,}8\cdot10^{-3}$
	α_t, *см*$^{-1}$	$4{,}5\cdot10^{-3}$	$5{,}8\cdot10^{-3}$	$7{,}2\cdot10^{-3}$
Прямые измерения	D, *мм*	0,015	0,03	0,015
	α_e, *см*$^{-1}$	$3{,}9\cdot10^{-3}$	$4{,}6\cdot10^{-3}$	$6\cdot10^{-3}$

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Г. Меркулов. Затухание нормальных волн в пластинах, находящихся в жидкости. Акуст. ж., 1964, 10, 2, 206—212.
2. F. Press, J. Healy. Absorption of Rayleigh waves in low-loss media. J. Appl. Phys., 1957, 28, 11, 1323—1325.

Ленинградский электротехнический институт им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступила в редакцию 11 сентября 1963 г.