АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том IX 1963 Вып. 1

СПЕКТР ФЛЮКТУАЦИЙ ДИФРАКЦИОННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Э. А. Бляхман

Исследуется влияние линзы на спектральную плотность флюктуаций поля волны, прошедшей через среду со случайными неоднородностями. Показано, что в случае локального изменения показателя преломления, вызванного дрейфом неоднородностей, можно выделить в спектре множитель, обусловленный влиянием линзы, при довольно общих предположениях о характере корреляционной функции флюктуаций поля на входе линзы.

Наличие флюктуаций в падающей на линзу волне приводит к флюктуациям дифракционного изображения. Очевидно линза трансформирует как пространственный, так и временной спектры флюктуаций в падающей волне. Автором изучался спектр флюктуаций поля в фокусе [1], в фокальной плоскости и на главной оси [2] квадратной параксиальной линзы. При этом использовалась поперечная корреляционная функция флюктуаций поля в форме Гаусса, флюктуации в падающей волне предполагались малыми, а зависимость от времени определялась на основе гипотезы «замороженной турбулентности», т. е. упорядоченного движения (дрейфа) недеформирующихся пульсаций показателя преломления. Те же результаты, что и в работе [1], в работе [3] получены более общим и изящным путем.

Целью настоящей работы является вычисление спектральной плотности флюктуаций поля в любой точке околофокальной области квадратной параксиальной линзы в случае дрейфа неоднородностей для любых флюктуаций в падающей волне. Ограничения, наложенные на корреляционную функцию, аналогичны примененным в работе [3]. Полученное обобщение дополняет результаты работы [4], где найдено значение спектральной плотности в фокусе линзы любой формы, но для малых флюкуаций в падающей волне.

Пусть $l = [(y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2]^{1/2}$, где y_i, z_i — координаты точки на поверхности линзы, и пусть $R(l)$ — поперечная корреляционная функция флюктуаций поля на входной поверхности линзы, обладающая следующим свойством:

$$R(y_1 - y_2, z_1 - z_2) = R_1(y_1 - y_2) R_2(z_1 - z_2). \tag{1}$$

В частности, такому условию удовлетворяет корреляционная функция нормального вида. Спектральная плотность в околофокальной области линзы $A(\omega)$ выражается через пространственно-временную корреляционную функцию $R(l, \tau)$ на входе следующим образом:

$$A(\omega) = \frac{1}{\pi\lambda^2 F^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} \iint\limits_{S\,S} R(l, \tau)\, e^{i\frac{k}{F}(\mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2) r}\, ds_1\, ds_2\, d\tau. \tag{2}$$

Операторы фурье-трансформации и интегрирования по поверхности линзы будут коммутативны, если $|R(l, \tau)|$ при $|\tau| \to \infty$ будет величиной ограниченной. Однако при $|\tau|\to\infty\,|R(l,\tau)|\to 0$; поэтому можно записать

$$A(\omega)=\frac{1}{\pi\lambda^2F^2}\iint\limits_{S\,S} e^{i\frac{k}{F}(\mathbf{F}_1-\mathbf{F}_2)\mathbf{r}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau}R(l,\tau)\,d\tau\,ds_1\,ds_2. \qquad (3)$$

Физический смысл изменения порядка применения операторов заключается в том, что теперь линзой трансформируется пространственно-временная спектральная плотность.

Выберем систему координат на поверхности линзы таким образом, чтобы одна из осей, например y, была коллинеарна скорости дрейфа. Очевидно имеет смысл рассматривать только поперечную составляющую скорости. Выражение (3) можно переписать в виде

$$A(\omega)=\frac{1}{\pi\lambda^2F^2}\iint\limits_{S\,S}\exp\left[i\frac{k}{F}(\mathbf{F}_1-\mathbf{F}_2)\mathbf{r}+i\frac{\omega}{v}(y_1-y_2)\right]\times$$

$$\times\int\limits_{-\infty}^{\infty}R(v\tau,\ z_1-z_2)\,e^{i\omega\tau}\,d\tau\,ds_1\,ds_2. \qquad (4)$$

Используя свойство, определяемое равенством (1), получим

$$A(\omega)=\frac{A_0(\omega)}{\pi\lambda^2F^2}\iint\limits_{S\,S}R_2(z_1-z_2)\exp\left[i\frac{k}{F}(\mathbf{F}_1-\mathbf{F}_2)\mathbf{r}+i\frac{\omega}{v}(y_1-y_2)\right]ds_1ds_2. \qquad (5)$$

Здесь

$$A_0(\omega)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}R_1(v\tau)\,e^{i\omega\tau}\,d\tau \qquad (6)$$

представляет собой, с точностью до постоянной, спектральную плотность флюктуаций поля в падающей волне. Ограничимся случаем квадратной линзы. Член, не зависящий от частоты, будет выражаться так:

$$H=\frac{1}{\pi\lambda^2F^2}\int\limits_{-h/2}^{h/2}\int\limits_{-h/2}^{h/2}R_2(z_2-z_2)\exp\left\{\frac{ik}{F}\left[z'(z_1-z_2)+\frac{x'}{2F}(z_2^2-z_1^2)\right]\right\}dz_1\,dz_2. \qquad (7)$$

Можно вычислить и член, определяющий влияние линзы на частотный спектр. Этот член будет иметь вид:

$$\Omega=\int\limits_{-h/2}^{h/2}\exp\left\{\frac{ik}{F}\left[y'(y_1-y_2)+\frac{x'}{2F}(y_2^2-y_1^2)\right]+i\frac{\omega}{v}(y_1-y_2)\right\}dy_1\,dy_2=$$

$$=\int\limits_{-h/2}^{h/2}e^{-i(\gamma y_1-\delta)^2}\,dy_1\int\limits_{-h/2}^{h/2}e^{i(\gamma y_2-\delta)^2}\,dy_2,$$

где $\gamma=\frac{1}{F}\sqrt{\frac{kx'}{2}}$, $\delta=\dfrac{\frac{k}{F}y'+\frac{\omega}{v}}{\sqrt{2kx'/F}}$.

Введем новую переменную: $\gamma y_{1,2}-\delta=t$; $dy_{1,2}=\frac{1}{\gamma}\,dt$. Тогда выражение для Ω перепишется так:

$$\Omega=\frac{1}{\gamma^2}\int\limits_{-\alpha_1}^{\alpha_2}e^{-it^2}dt\int\limits_{-\alpha_1}^{\alpha_2}e^{it^2}dt,\ \text{причем}\ \alpha_{1,2}=\frac{h\gamma}{2}\pm\delta=\frac{h}{2F}\sqrt{\frac{kx'}{2}}\pm\frac{\frac{k}{F}y'+\frac{\omega}{v}}{\sqrt{2kx'/F}}.$$

Это выражение интегрируется с помощью синус- и косинус-интегралов Френеля:

$$\Omega = \frac{\pi}{2\gamma^2}\{C(\alpha_2) - iS(\alpha_2) - [C(-\alpha_1) - iS(-\alpha_1)]\} \times$$
$$\times \{C(\alpha_2) + iS(\alpha_2) - [C(-\alpha_1) + iS(-\alpha_1)]\} =$$
$$= \frac{\pi}{2\gamma^2}\{C(\alpha_1) + C(\alpha_2) - i[S(\alpha_1) + S(\alpha_2)]\} \times$$
$$\times \{C(\alpha_1) + C(\alpha_2) + i[S(\alpha_1) + S(\alpha_2)]\} =$$
$$= \frac{\pi}{2\gamma^2}\{[C(\alpha_1) + C(\alpha_2)]^2 + [S(\alpha_1) + S(\alpha_2)]^2\}.$$

Итак, спектральная плотность в околофокальной области квадратной линзы имеет вид:

$$A(\omega) = H\Omega A_0(\omega). \tag{8}$$

Выражение (8) можно применить к вычислению спектральной плотности флюктуаций амплитуды и фазы в фокусе линзы при малых флюктуациях в падающей волне [3]. Для больших флюктуаций связь между спектральными плотностями флюктуаций поля, с одной стороны, и амплитуды и фазы, с другой,— весьма сложна, поэтому предложенный в работе [3] метод можно применить только при малых средних величинах огибающей [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. А. Бляхман. Спектр пульсаций в фокусе линзы. Акуст. ж., 1958, 4, 2, 128—130.
2. Э. А. Бляхман. Спектры пульсаций за линзой. Уч. записки Ярославского государственного педагогического института им. К. Д. Ушинского, 1960.
3. Н. Г. Денисов. О влиянии приемного устройства на флюктуации принимаемого излучения. Изв. высш. уч. зав., «Радиофизика», 4, 6, 1045—1051.
4. В. И. Татарский. Теория флюктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере. М., Изд-во АН СССР, 1959.
5. В. А. Зверев. Влияние направленности приемного устройства на среднюю интенсивность сигнала, принимаемого за счет рассеяния. Акуст. ж., 1957, 3, 4, 329—336.

Шуйский государственный
педагогический институт

Поступила в редакцию
12 января 1962 г.