АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VII 1961 Вып. 2

К ТЕОРИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЗВУКОВЫХ ВОЛН

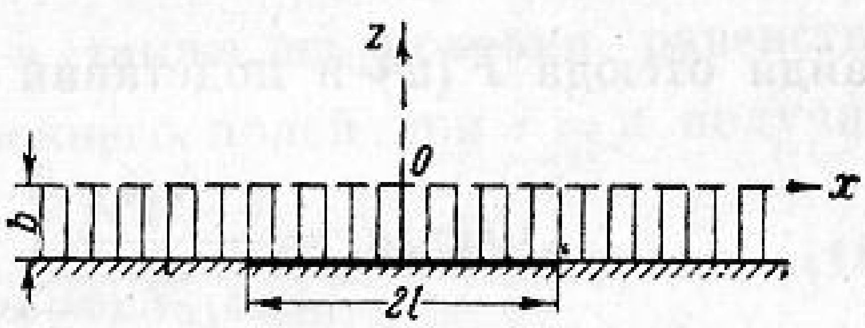
Гуань Дин-хуа

Предлагается новый метод возбуждения поверхностных звуковых волн, распространяющихся вдоль импедансных поверхностей. Дается расчет плоского и цилиндрического случаев.

Для возбуждения поверхностных волн на пассивных импедансных поверхностях можно применять много методов, например, возбуждение точечным источником, возбуждение узкой щелью или открытым концом волновода. Однако эти методы либо неудобны, либо неэффективны для создания поверхностных волн больших мощностей.

Ниже предлагается эффективный метод, позволяющий создать поверхностные волны больших мощностей.

Пусть имеется импедансная поверхность в виде гребенчатой структуры (фиг. 1). Ширина канавки, образуемой двумя соседними жесткими ребрами, предполагается малой по сравнению с длиной волны. Согласно [1] над такой поверхностью может распространяться поверхностная волна, потенциал скорости которой



Фиг. 1

$$\Phi = \Phi_0 e^{-\alpha z + ihx}, \quad h = \sqrt{k^2 + \alpha^2}, \quad \alpha = k \operatorname{tg} kb. \tag{1}$$

На импедансной поверхности, при отсутствии на ней источников, мы имеем

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \alpha \Phi = 0 \text{ при } z = 0. \tag{2}$$

Предположим, что в средней части, при $|x| \leqslant l$ на дне канавок при $z = -b$) помещены излучатели, например, полоски титаната бария, которые колеблются с заданной скоростью $U = U_b(x)$. Внутри канавки в пределах $|x| \leqslant l$ мы будем иметь волну

$$\Phi = Ae^{ikz} + Be^{-ikz}. \tag{3}$$

Определим постоянные, приравнивая нормальную скорость волн при $z = -b$ скорости колебания источника $U_b(x)$ и сшивая поля при $z = 0$. В результате получим

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \alpha \Phi = -U_b \sec kb = -U_0(x) \text{ при } z = 0. \tag{4}$$

Будем рассматривать симметричное возбуждение

$$\begin{aligned} U_0(x) &= A \cos \Omega x \qquad |x| \leqslant l \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad \Omega l = n\pi. \\ U_0(x) &= 0 \qquad\qquad\quad |x| > l \end{aligned} \tag{5}$$

Частным случаем является возбуждение поршнем, когда $\Omega = 0$. Представим $U_0(x)$ в виде интеграла Фурье:

$$U_0(x) = A \int_{-\infty}^{\infty} g(w)\, e^{iwx}\, dw, \tag{6}$$

где

$$g(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-l}^{l} \cos \Omega x e^{-iwx}\, dx = \frac{(-1)^n}{\pi} \frac{w \sin wl}{w^2 - \Omega^2}. \tag{7}$$

Полное поле при $z > 0$ ищется в виде

$$\Phi = \int_{-\infty}^{\infty} F(w)\, e^{iwx + i\sqrt{k^2 - w^2}z}\, dw. \tag{8}$$

Подставляя последнее выражение в граничное условие (4), получим

$$F(w)\,(\alpha + i\sqrt{k^2 - w^2}) = -Ag(w). \tag{9}$$

Найдя отсюда $F(w)$ и подставив в (8), найдем поле

$$\Phi(x, z) = \frac{(-1)^n A}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w \sin wl e^{iwx + i\sqrt{k^2 - w^2}z}}{(\sqrt{k^2 - w^2} - i\alpha)(w^2 - \Omega^2)}\, dw. \tag{10}$$

Введем новые переменные и перейдем к полярной системе координат

$$x = r \cos \varphi, \quad z = r \sin \varphi, \quad w = k \cos \tau, \quad h = k \cos \eta. \tag{11}$$

Тогда можно найти поле расходящихся волн в удаленных точках при $kr \gg 1$ методом перевала (точка перевала $\tau = \varphi$)

$$\Phi \sim (-1)^{n+1} A \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, \frac{k^2 \sin \varphi \cos \varphi \sin (kl \cos \varphi)}{(k^2 \cos^2 \varphi - \Omega^2)(k \sin \varphi - i\alpha)}\, \frac{e^{ikr}}{\sqrt{kr}}. \tag{12}$$

Кроме того, вычеты в полюсах $\tau = \eta$ и $\tau = \pi - \eta$ определяют поверхностные волны в виде

$$\Phi = (-1)^n 2A \frac{\alpha \sin hl}{h^2 - \Omega^2}\, e^{\pm ihx - \alpha z}. \tag{13}$$

Теперь ясно, что для всяких Ω, не равных h, увеличение l не даст существенного увеличения амплитуды возбуждаемых поверхностных волн, что обуславливается интерференцией поверхностных волн.

При $\Omega = h$ мы имеем

$$\Phi = A \frac{\alpha}{h}\, l e^{\pm ihx - \alpha z}. \tag{14}$$

Отсюда видно, что при $\Omega = h$ амплитуда возбуждаемой поверхностной волны растет прямо пропорционально длине области возбуждения. Это объясняется тем, что в случае равенства пространственного периода возбуждения и длины поверхностной волны, последняя, распространяясь вдоль импеданцной поверхности в пределах области возбуждения, получает добавочную энергию, складывающуюся в фазе с начальной. С другой стороны, из (12) видно, что при $\Omega = h$ увеличение l сначала дает некоторое увеличение расходящихся волн, а потом они перестают расти. Это означает, что соотношение полезной мощности поверхностной волны к паразитарному излучению расходящихся волн при увеличении l растет.

Все изложенное выше целиком относится и к цилиндрическому случаю. Возьмем в качестве примера ребристый стержень (фиг. 2). Согласно [1] вдоль этой системы будет распространяться поверхностная волна

$$\Phi = \Phi_0 K_0(\alpha r)\, e^{ihx}, \quad h = \sqrt{k^2 + \alpha^2}, \tag{15}$$

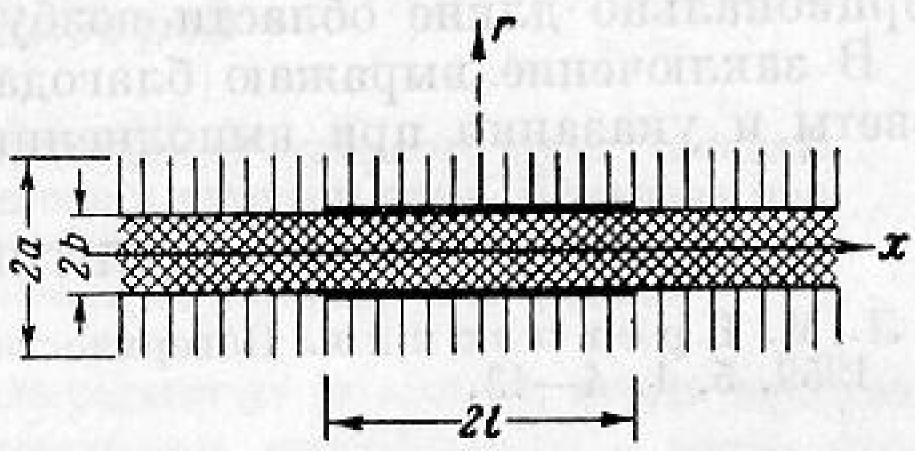
где α определяется уравнением

$$\left(\frac{\Phi}{\frac{\partial \Phi}{\partial r}}\right)_{r=a} = -\frac{K_0(\alpha a)}{\alpha K_1(\alpha a)} = -\frac{1}{k}\,\frac{J_0(ka)\,N_1(kb) - J_1(kb)\,N_0(ka)}{J_1(ka)\,N_1(kb) - J_1(kb)\,N_1(ka)} \equiv -\frac{1}{s}. \tag{16}$$

Здесь введено дополнительное, по сравнению с [1], обозначение s.

Пусть на участке $|x| \leqslant l$ задана радиальная скорость на дне канавки при $r = b$. Поле в пределах $a > r > b$ будет иметь вид:

$$\Phi = cJ_0(kr) + DN_0(kr). \tag{17}$$



Фиг. 2

Из граничных условий $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)_{r=b} = -U_b$, а также из условия равенства давления и скорости внешнего и внутреннего полей при $r = a$ получим

$$s\Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{2U_b}{\pi a\,[J_0(ka)\,N_1(kb) - J_1(kb)\,N_0(ka)]} \equiv -U_0(x) \tag{18}$$

при $|x| \leqslant l$ $r = a$. Рассматривая симметричное возбуждение, зададим $U_0(x)$ в виде (5), после чего найдем преобразование Фурье $U_0(x)$ в виде (6) и (7). Полное поле представим в виде

$$\Phi = \int\limits_{-\infty}^{\infty} F(w)\, H_0^{(1)}(qr)\, e^{iwx}\, dw, \quad q = \sqrt{k^2 - w^2}. \tag{19}$$

Подставляя это выражение в граничное условие (18), получаем для $F(w)$ уравнение:

$$F(w)\,[sH_0^{(1)}(qa) - qH_1^{(1)}(qa)] = -Ag(w). \tag{20}$$

Отсюда

$$\Phi(x, r) = \frac{(-1)^{n+1}}{\pi} A \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{w \sin wl H_0(qr)\, e^{iwx}}{(w^2 - \Omega^2)\,[sH_0(qa) - qH_1(qa)]}\, dw. \tag{21}$$

Для нахождения поля на большом удалении от излучателя $H_0^{(1)}(qr)$ можно заменить ее асимптотическим представлением

$$H_0^{(1)}(qr) = \sqrt{\frac{2}{\pi qr}}\, e^{i(qr - \pi/4)}.$$

После этого поле расходящихся волн можно найти методом перевала. Перевальной точкой будет $w = k\cos\varphi$, где φ — угол между осью цилиндра и направлением на точку приема. В результате получаем для поля расходящихся волн на большом расстоянии ($kR \gg 1$)

$$\Phi \sim \frac{(-1)^n 2A}{\pi}\,\frac{k\cos\varphi \sin(kl\cos\varphi)}{(k^2\cos^2\varphi - \Omega^2)\,[sH_0^{(1)}(ka\sin\varphi) - k\sin\varphi H_1^{(1)}(ka\sin\varphi)]}\,\frac{e^{ikR + i\frac{\pi}{4}}}{R}, \tag{22}$$

где $R = \sqrt{x^2 + r^2}$. Вычеты в полюсах $w = +h$ дают выражения поверхностных волн:

$$\Phi = (-1)^n 2A \frac{s\alpha \sin hl}{a\,(h^2 - \Omega^2)\,(s^2 - \alpha^2)\,k_1(\alpha a)} K_0(\alpha r) e^{\pm ihx + i\frac{\pi}{4}}. \tag{23}$$

При $h = \Omega$ мы получим выражение поверхностной волны в виде

$$\Phi = A \frac{\alpha s l K_0(\alpha r)}{ha(s^2 - \alpha^2)\,k_1(\alpha a)} e^{\pm ihx + i\frac{\pi}{4}}. \tag{24}$$

Амплитуда волны, как и в случае плоской поверхности, растет пропорционально длине области возбуждения.

В заключение выражаю благодарность Л. М. Бреховских за ценные советы и указания при выполнении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. М. Бреховских. Поверхностные волны в акустике. Обзор. Акуст. ж., 1959, 5, 1, 4—13.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
11 июля 1960 г.