АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VII 1961 Вып. 1

ПЕРЕХОД ИЗГИБНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ПРОИЗВОЛЬНЫЙ ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ СТЕРЖЕНЬ

В. П. Маслов, В. Д. Тартаковский

Рассмотрена задача перехода чисто изгибных волн из одного произвольного полубесконечного стержня в другой через промежуточный стержень, жестко соединенный с ними в стык. Вычислены коэффициенты отражения и прохождения в общем случае и в частных случаях, имеющих практический интерес. Выяснена возможность существенного упрощения расчета в случае промежуточного стержня длиной более полутора изгибных волн. Рассмотрены условия отсутствия отражения от промежуточного стержня и показано, при каких условиях этот стержень может играть роль согласующей вставки, наподобие просветляющего слоя в оптике.

Вопросы распространения изгибных колебаний в составных стержнях и пластинах представляют интерес в связи с проблемой демпфирования вибраций различного рода структур, а также в связи с использованием изгибно-колеблющихся пластин и стержней в электромеханических фильтрах.

В опубликованных работах [1, 2] рассматривается прохождение изгибных колебаний через стык двух стержней, соединенных под различными углами и через тонкую мягкую прокладку между двумя стержнями. Мугионо [3] рассмотрел задачу перехода изгибных волн через суженные и утолщенные участки стержня, причем полученные им результаты имеют приближенный характер и относятся к случаю, когда длины этих участков больше полутора длин изгибной волны (сводка данных и литература приведены в обзорах Майера [4] и Кремера [5]).

Ниже рассмотрена задача о переходе изгибных волн из одного произвольного стержня в другой через промежуточный, также произвольный, стержень. При этом предполагается выполнение условий чистого изгиба во всех стержнях и отсутствие каких-либо иных деформаций на стыках.

Как известно, существуют изгибные волны двух типов: бегущие, распространение которых сопровождается переносом энергии, и неоднородные, затухающие вдоль стержня. При падении изгибных бегущих волн на стык различных стержней от стыка отражается изгибная бегущая волна и изгибная неоднородная волна; во второй стержень переходит изгибная бегущая волна и в нем возникает неоднородная волна, затухающая вдоль стержня.

Вычисление коэффициентов отражения и прохождения при переходе бегущей изгибной волны через произвольный стержень, соединенный в стык с двумя различными полубесконечными стержнями, сводится к решению системы 8 линейных уравнений, получаемой при подстановке в граничные условия нижеследующих выражений для потенциалов прямых и обратных волн в рассматриваемых стержнях:

$$\xi_0 = e^{ik_0x} + \mathfrak{D}_0 e^{k_0x} + R_0 e^{-ik_0x};$$

$$\xi_1 = D_1 e^{ik_1x} + \mathfrak{D}_1 e^{-k_1x} + \mathfrak{R}_1 e^{k_1(x-l)} + R_1 e^{-ik_1(x-l)};$$

$$\xi_2 = D_2 e^{ik_2(x-l)} + \mathfrak{D}_2 e^{-k_2(x-l)}, \qquad (1)$$

где 0, 1, 2 — индексы, обозначающие стержни, перечисленные по порядку в соответствии с направлением распространения прямой бегущей волны; D — амплитуда прямой бегущей волны, $\mathfrak{D}$ — амплитуда прямой неоднородной волны, R — амплитуда обратной бегущей волны, $\mathfrak{R}$ — амплитуда обратной неоднородной волны, l — длина промежуточного стержня, ξ — потенциал скорости изгибной волны (суммы бегущих и неоднородных волн).

На стыке различных стержней i и $i+1$ должны быть выполнены 4 граничных условия:

$$\begin{aligned}
&\xi_i = \xi_{i+1} \qquad (v_i = v_{i+1});\\
&\xi'_{ix} = \xi'_{i+1x} \qquad (w_i = w_{i+1});\\
&B_i\xi''_{ix^2} = B_{i+1}\xi''_{i+1x^2} \qquad (M_i = M_{i+1});\\
&B_i\xi'''_{ix^3} = B_{i+1}\xi'''_{i+1x^3}; \qquad (F_i = F_{i+1}).
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $k_i = \omega/C_i$ — волновое число, $B_i = E_iI_i$ — изгибная жесткость i-го стержня, ξ', ξ'' — производные потенциала скорости по x, v — линейная скорость, w — угловая скорость, M — момент изгиба, F — перерезывающая сила, x — координата, отсчитываемая от границы 0 — 1.

На стыке стержней 0 и 1: $i = 0$; на стыке стержней 1 и 2: $i = 1$ и $i + 1 = 2$. Сами стыки в дальнейшем будут обозначаться индексами 0 — 1 и 1 — 2.

Система уравнений, определяющих константы отражения и прохождения изгибных бегущих и неоднородных волн, записывается в виде

$$\begin{aligned}
&1 + \mathfrak{R}_0 + R_0 = D_1 + \mathfrak{D}_1 + \mathfrak{R}_1 e^{-k_1 l} + R_1 e^{ik_1 l}\\
&k_0(i + \mathfrak{R}_0 - iR_0) = k_1(iD_1 - \mathfrak{D}_1 + \mathfrak{R}_1 e^{-k_1 l} - iR_1 e^{ik_1 l})\\
&B_0k_0^2(-1 + \mathfrak{R}_0 - R_0) = B_1k_1^2(-D_1 + \mathfrak{D}_1 + \mathfrak{R}_1 e^{-k_1 l} - R_1 e^{ik_1 l})\\
&B_0k_0^3(-i + \mathfrak{R}_0 + iR_0) = B_1k_1^3(-iD_1 - \mathfrak{D}_1 + \mathfrak{R}_1 e^{-k_1 l} + iR_1 e^{ik_1 l})\\
&D_1 e^{ik_1 l} + \mathfrak{D}_1 e^{-k_1 l} + \mathfrak{R}_1 + R_1 = D_2 + \mathfrak{D}_2\\
&k_1(iD_1 e^{ik_1 l} - \mathfrak{D}_1 e^{-k_1 l} + \mathfrak{R}_1 - iR_1) = k_2(iD_2 - \mathfrak{D}_2)\\
&B_1k_1^2(-D_1 e^{ik_1 l} + \mathfrak{D}_1 e^{-k_1 l} + \mathfrak{R}_1 - R_1) = B_2k_2^2(-D_2 + \mathfrak{D}_2)\\
&B_1k_1^3(-iD_1 e^{ik_1 l} - \mathfrak{D}_1 e^{-k_1 l} + \mathfrak{R}_1 + iR_1) = B_2k_2^3(-iD_2 - \mathfrak{D}_2).
\end{aligned} \tag{3}$$

Общий определитель Δ этой системы уравнений можно представить таким образом:

$$\frac{\Delta}{(k_1^3B_1)^4} = \begin{vmatrix}
1 & 1 & -1 & -1 & -e^{i\varphi} & -e^{-\varphi} & 0 & 0\\
-ip^{-1} & p^{-1} & -i & 1 & ie^{i\varphi} & -e^{-\varphi} & 0 & 0\\
-p^{-2}a^{-1} & p^{-2}a^{-1} & 1 & -1 & e^{i\varphi} & -e^{-\varphi} & 0 & 0\\
ip^{-3}a^{-1} & p^{-3}a^{-1} & i & 1 & ie^{i\varphi} & -e^{-\varphi} & 0 & 0\\
0 & 0 & e^{i\varphi} & e^{-\varphi} & 1 & 1 & -1 & -1\\
0 & 0 & ie^{i\varphi} & -e^{-\varphi} & -i & 1 & -iq^{-1} & q^{-1}\\
0 & 0 & -e^{i\varphi} & e^{-\varphi} & -1 & 1 & q^{-2}b^{-1} & -q^{-2}b^{-1}\\
0 & 0 & -ie^{i\varphi} & -e^{-\varphi} & i & 1 & iq^{-3}b^{-1} & q^{-3}b^{-1}
\end{vmatrix} \tag{4}$$

где $a = B_1/B_0$, $p = k_1/k_0$, $b = B_1/B_2$, $q = k_1/k_2$, $\varphi = k_1 l$.

Подобным же образом могут быть выражены определители, входящие в числители выражений для коэффициентов D, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{R}$, R, и получено искомое решение задачи в форме

$$D_i = \Delta^{(D_i)}/\Delta,\ \mathfrak{D}_i = \Delta^{(\mathfrak{D}_i)}/\Delta,\quad \mathfrak{R}_i = \Delta^{(\mathfrak{R}_i)}/\Delta,\quad R_i = \Delta^{(R_i)}/\Delta.$$

Формулы для коэффициентов D_i, $\mathfrak{D}_i$, $\mathfrak{R}_i$, R_i слишком громоздки, чтобы их можно было привести в развернутой форме. Значительное упрощение записи этих формул может быть достигнуто введением специальных операторов $\mathscr{P}_{x,y}$, $Q_{x,y}$, $M^{(\pm)}_{x,y}$, выражающихся следующим образом:

$$\begin{gathered}\mathscr{P}_{x,y} = 1 + 2xy + 2x^2y + 2x^3y + x^4y^2;\\ Q_{x,y} = 1 + x + x^2y + x^3y;\\ M^{(\pm)}_{x,y} = 1 \pm x^4y^2,\end{gathered} \tag{5}$$

где x принимает значения $i^n p$, $i^n q$ $(n = 0, 1, 2, 3)$, а y получает значения a или b. Например, при $x = i^n q$, $y = b$ получается

$$\mathscr{P}_{i^n q,\ b} = 1 + 2i^n qb + 2(i^n q)^2 b + 2\,(i^n q)^3 b + (i^n q)^4\, b^2.$$

Произведение оператора $\mathscr{P}_{i^n q,\ b}$ на $\exp i^n (1 - i)\,\varphi$ в дальнейшем обозначается через P_{i^n}:

$$P_{i^n} = \mathscr{P}_{i^n q,\ b} \exp i^n (1 - i)\,\varphi.$$

Для коэффициентов, относящихся к полубесконечным стержням 0; 2, получаются следующие выражения:

$$R_{02} = i\,\frac{\sum\limits_{n=0}^{3} \mathscr{P}_{i^{n-1}p,\ a} P_{i^n} - 4M^{(-)}_{p,a} M^{(-)}_{q,\ b}}{\sum\limits_{n=0}^{3} \mathscr{P}_{i^n p,\ a} P_{i^n} - 4M^{(-)}_{p,a} M^{(-)}_{q,\ b}}; \tag{6}$$

$$\mathfrak{R}_{02} = -(1 + i)\,\frac{M^{(-)}_{p,\ a} \sum\limits_{n=0}^{3} P_{i^n} - 4M^{(+)}_{p,a} M^{(-)}_{q,\ b}}{\sum\limits_{n=0}^{3} \mathscr{P}_{i^n p,a} P_{i^n} - 4M^{(-)}_{p,a} M^{(-)}_{q,b}}; \tag{7}$$

$$D_{02} = \frac{\frac{4q^2 b}{p} \sum\limits_{n=0}^{3} i^n Q_{i^n p,\ a} Q_{i^n q,\ b} e^{i^n \varphi}}{\sum\limits_{n=0}^{3} \mathscr{P}_{i^n p,\ a} P_{i^n} - 4M^{(-)}_{p,\ a} M^{(-)}_{q,\ b}}; \tag{8}$$

$$\mathfrak{D}_{02} = -\frac{\frac{4q^2 b}{p} \sum\limits_{n=0}^{3} i^{n+1} Q_{i^n p,a} Q_{i^{n+1} q,\ b} e^{i^n_{\varphi}}}{\Sigma\, \mathscr{P}_{i^n p,\ a} P_{i^n} - 4M^{(-)}_{p,\ a} M^{(-)}_{q,\ b}}. \tag{9}$$

При помощи электронно-счетных машин можно, используя формулы (6)—(9), рассчитать коэффициенты отражения и прохождения изгибных волн для любой комбинации стержней 0; 1; 2. В частных случаях формулы (6)—(9) могут быть значительно упрощены и использованы для анализа условий перехода изгибных волн через стержень. Рассмотрим вначале условия перехода через один стык различных стержней.

Полагая в (6)—(9) $q = b = 1$ (т. е. $k_1 = k_2$; $B_1 = B_2$), можно получить коэффициенты отражения и прохождения падающей слева бегущей

изгибной волны на стыке 0 — 1

$$R_{01} = \frac{i\mathscr{P}_{-ip,\,a}}{\mathscr{P}_{p,\,a}}; \quad \mathfrak{R}_{01} = -(1+i)\frac{M^{(-)}_{p,\,a}}{\mathscr{P}_{p,\,a}}; \quad D_{01} = \frac{\frac{2}{p}Q_{p,\,a}}{\mathscr{P}_{p,\,a}};$$

$$\mathfrak{D}_{01} = -\frac{\frac{2}{p}Q_{-ip,\,a}}{\mathscr{P}_{p,\,a}}. \tag{10}$$

Если же положить в формулах (6)—(9) $p = a = 1$ (т. е. $k_0 = k_1$, $B_0 = B_1$), то получатся формулы для коэффициентов прохождения и отражения у стыка 1—2:

$$R_{12} = \frac{i\mathscr{P}_{iq,\,b}}{\mathscr{P}_{q,\,b}}; \quad \mathfrak{R}_{12} = (1+i)\frac{M^{(-)}_{q,\,b}}{\mathscr{P}_{q,\,b}};$$

$$D_{12} = \frac{2q^2bQ_{q,\,b}}{\mathscr{P}_{q,\,b}}; \quad \mathfrak{D}_{12} = -i\frac{2q^2bQ_{iq,\,b}}{\mathscr{P}_{q,\,b}}. \tag{11}$$

Если заменить в (11) q на p, a на b, получатся коэффициенты для волны, падающей на стык 1—0 справа.

Как видно из сравнения формул (10) и (11), коэффициенты прохождения потенциалов при падении волны на одну и ту же границу справа и слева отличаются по модулю.

Можно показать, что между коэффициентами отражения и прохождения на одной границе справедливо соотношение:

$$D_{01}D_{10} = 1 + R_{01}R_{10}^{*}. \tag{12}$$

Коэффициенты R и D, связанные с переходом через одиночный стык различных стержней, можно использовать для исследования распространения изгибных волн в составных стержнях с несколькими стыками. В рассматриваемой нами задаче коэффициенты прохождения и отражения изгибной волны при наличии одного промежуточного стержня R_{02} и D_{02} можно выразить через коэффициенты для каждой, отдельно взятой границы (0—1 и 1—2). После деления числителя и знаменателя R_{02} и D_{02} на $\mathscr{P}_{p,a}\,\mathscr{P}_{q,b}\,e^{(1-i)\varphi}$ и подстановки (10) и (11) в формулы (6) и (8) мы получаем

$$R_{02} = \frac{R_{01} + R_{12}e^{i2\varphi} - 2\mathfrak{R}_{10}\mathfrak{R}_{12}e^{-(1-i)\varphi} + V_{01}R_{21}e^{-2\varphi} + R_{10}V_{12}e^{-2(1-i)\varphi}}{1 - R_{10}R_{12}e^{i2\varphi} - R_{01}R_{21}e^{-2\varphi} + 2i\mathfrak{R}_{01}\mathfrak{R}_{21}e^{-(1-i)\varphi} + V_{01}V_{21}e^{-2(1-i)\varphi}} \tag{13а}$$

$$D_{02} = \frac{D_{01}D_{12}e^{i\varphi} + \mathfrak{D}^{*}_{01}W_{12}e^{-(1-2i)\varphi} + \mathfrak{D}^{*}_{12}W_{01}e^{-(2-i)\varphi} + \mathfrak{D}_{01}\mathfrak{D}_{12}e^{-\varphi}}{1 - R_{10}R_{12}e^{i2\varphi} - R_{01}R_{21}e^{-2\varphi} + 2i\mathfrak{R}_{01}\mathfrak{R}_{21}e^{-(1-i)\varphi} + V_{01}V_{21}e^{-2(1-i)\varphi}}, \tag{13б}$$

где

$$V_{01} = \frac{\mathscr{P}_{-p,\,a}}{\mathscr{P}_{p,\,a}}; \quad V_{21} = \frac{\mathscr{P}_{-q,\,b}}{\mathscr{P}_{q,\,b}}; \quad W_{01} = -\frac{\frac{2}{p}Q_{-p,\,a}}{\mathscr{P}_{p,\,a}};$$

$$W_{12} = -\frac{2q^2bQ_{-q,\,b}}{\mathscr{P}_{q,\,b}}$$

и $\mathfrak{D}^{*}_{01}$, $\mathfrak{D}^{*}_{12}$ — величины, комплексно сопряженные по отношению к коэффициентам перехода изгибных волн через стыки 0—1, 1—2. Если $l \geqslant {}^3/_2\lambda$, то $e^{-\varphi} \leqslant 10^{-4}$, и можно, пренебрегая членами с сомножителем $e^{-\varphi}$, получить формулы для R_{02} и D_{02}:

$$R_{02} = \frac{R_{01} + R_{12}e^{i2\varphi}}{1 - R_{10}R_{12}e^{i2\varphi}}; \tag{14}$$

$$D_{02} = \frac{D_{01}D_{12}e^{i\varphi}}{1 - R_{10}R_{12}e^{i2\varphi}}. \tag{15}$$

* Аналогичное соотношение имеет место также в оптике (условие Вуда) и в акустике при переходе плоских волн через границу двух сред (см., например [6]).

Простой вид формул (14) и (15) обусловлен тем, что при большой длине стержня 1 неоднородные волны успевают затухнуть до достижения ими границ 0—1 и 1—2.

В общем случае при $l \leqslant 1{,}5\lambda$ приходится учитывать и влияние неоднородных волн на переход бегущих волн через соседние стыки.

Выражение (6) можно использовать для определения условий отсутствия отраженной от промежуточного стержня изгибной волны. Полагая

$$\sum_{n=0}^{3} \mathscr{P}_{i^{n-1}p,\,a} P_{i^n} - 4M^{(-)}_{p,\,a} M^{(-)}_{q,\,b} = 0 \tag{16}$$

и обозначая

$$\mathscr{P}_{\pm ip,\,a} = p_1 \pm ip_2; \qquad \mathscr{P}_{\pm iq,\,b} = q_1 \pm iq_2;$$
$$\mathscr{P}_{\pm p,\,a} = p_3 \pm p_4; \qquad \mathscr{P}_{\pm q,b} = q_3 \pm q_4, \tag{17}$$

мы получаем систему из двух уравнений

$$\frac{p_1 \cos\varphi - p_2 \sin\varphi}{p_3 + p_4 \operatorname{th}\varphi} + \frac{q_1 \cos\varphi - q_2 \sin\varphi}{q_3 + q_4 \operatorname{th}\varphi} = \frac{\dfrac{2M^{(-)}_{p,\,a} M^{(-)}_{q,\,b}}{\operatorname{ch}\varphi}}{(p_3 + p_4 \operatorname{th}\varphi)(q_3 + q_4 \operatorname{th}\varphi)} \tag{16а}$$

$$\frac{p_1 \sin\varphi + p_2 \cos\varphi}{p_3 \operatorname{th}\varphi + p_4} - \frac{q_1 \sin\varphi + q_2 \cos\varphi}{q_3 \operatorname{th}\varphi + q_4} = 0. \tag{16б}$$

Уравнения (16 а, б), будучи решены относительно параметров промежуточного стержня, и будут служить условиями согласования параметров промежуточного стержня с крайними для обеспечения полного перехода изгибных волн из стержня 0 в стержень 2 (т. е. с условиями «просветления»).

В том случае, когда полубесконечные стержни характеризуются одинаковыми волновыми числами и одинаковой жесткостью на изгиб ($k_0 = k_2$, $B_0 = B_2$), уравнение (16б) обращается в тождество. Частоты полного прохождения через промежуточный стержень, граничащий с одинаковыми стержнями, находятся из соотношения

$$\left(\cos\varphi - \frac{p_2}{p_1}\sin\varphi\right)\left(\operatorname{ch}\varphi + \frac{p_4}{p_3}\operatorname{sh}\varphi\right) = 1. \tag{18}$$

Интересно отметить, что при $a \to 0$, или $a \to \infty$, т. е. соответственно для свободного или зажатого на границах стержня, из (18) получается известное уравнение для резонансных частот

$$\cos\varphi \operatorname{ch}\varphi = 1. \tag{19}$$

Рассмотрим условия согласования для некоторого частного случая, когда на крайние стержни накладывается ограничение $k_0 = k_2$. При условии $ab = 1$

$$B_1 = \sqrt{B_0 B_2}\,. \tag{20}$$

Длина промежуточного стержня l_1 определяется при этом из условий

$$\cos\varphi = \cos\frac{2\pi f l_1}{c_1} = \frac{1}{\operatorname{ch}\varphi + \dfrac{p_4}{p_3}\operatorname{sh}\varphi}. \tag{21}$$

Если, кроме того, равны и толщины стержней 0; 2 ($h_0 = h_2$), то условия $k_0 = k_2$ и $B_0 = B_2$ эквивалентны соотношению $\dfrac{\rho_0}{\rho_2} = \dfrac{E_0}{E_2}$ (ρ — плотность материала стержня, E — модуль упругости), и условие согласования становится сравнительно простым:

$$h_1^3 E_1 = h_0^3 \sqrt{E_0 E_2}. \tag{22}$$

Отсюда видно, что располагая определенным материалом для изготовления промежуточного стержня, можно обеспечить условие полного перехода изгибной волны, выбирая соответствующим образом его толщину. При этом на плотность промежуточного стержня не накладывается никаких ограничений.

До сих пор, рассматривая вопрос о согласовании, мы не накладывали никаких ограничений на длину промежуточного стержня. Если теперь принять, что этот стержень настолько длинен, что неоднородные волны, возникшие на каждой из границ, успеют затухнуть, не доходя до следующей, то формулы (16а, б) существенно упростятся. Если $l \geqslant 1{,}5\ \lambda$, то $e^{-\varphi} < 10^{-4}$ и можно приближенно считать $\mathrm{th}\varphi = 1$ и пренебречь правой частью равенства (16а). При этом уравнения (16а, б) переходят в следующие:

$$\frac{p_1 \cos\varphi - p_2 \sin\varphi}{\mathscr{P}_{p,\,a}} + \frac{q_1 \cos\varphi - q_2 \sin\varphi}{\mathscr{P}_{q,\,b}} = 0;$$

$$\frac{p_1 \sin\varphi + p_2 \cos\varphi}{\mathscr{P}_{p,\,a}} - \frac{q_1 \sin\varphi + q_2 \cos\varphi}{\mathscr{P}_{q,\,b}} = 0. \qquad (23)$$

Из системы уравнений (23) следуют условия отсутствия отражения от переходного стержня:

$$\frac{p_1^2 + p_2^2}{\mathscr{P}^2_{p,\,a}} = \frac{q_1^2 + q_2^2}{\mathscr{P}^2_{q,\,b}}; \qquad (24)$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\dfrac{p_1}{\mathscr{P}_{p,\,a}} + \dfrac{q_1}{\mathscr{P}_{q,\,b}}}{\dfrac{p_2}{\mathscr{P}_{p,\,a}} + \dfrac{q_2}{\mathscr{P}_{q,\,b}}}. \qquad (25)$$

Более подробный анализ условий (24), (25) показывает, что для заданной пары крайних стержней существует область величин k_1, B_1, φ_1, удовлетворяющая условию прозрачности. Одной из точек этой области является, например, такая совокупность значений

$$k_1^2 = k_0 k_2; \quad B_1^2 = B_0 B_2; \quad \varphi_2 = (2n+1)\frac{\pi}{2}. \qquad (26)$$

Если крайние стержни выполнены из одного и того же материала, условия (26) приводят к соотношению

$$h_1 = \sqrt{h_0 h_2}. \qquad (27)$$

Результаты расчетов, изложенных в данной работе, могут быть обобщены на случай пластины, граничащей с двумя полубесконечными пластинами, при падении на границу плоской изгибной волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. L. Arenberg. Ultrasonic solid delay lines. J. Acoust. Soc. America, 1948, 20, 1. G. Kurtze, K. Tamm, S. Vogel. Modellversuche zur Biegewellendämmung an Acken. Acustica, 1955, 5, 223.
2. M. L. Exner. Schalldämmung durch Gummi-und Stahlfedern. Acustica, 1955, 2, 213. M. L. Exner, W. Böhme. Messung der Körpeschalldämmung bei Biegewellen. Acustica, 1953, 3, 105.
3. Mugiono. Messungen der Reflexion von Biegewellen an Querschnittschprüngen auf Stäben, Acustica, 1955, 5, 182.
4. E. Meyer. Messungen zur Körperschallübertragung an Hand von Modellen. Akust. Beih., 1956, 1, 51.
5. L. Cremer. Berechnung von Körperschallvorgängen. Akust. Beih., 1956, 1, 59.
6. Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. М., Изд-во АН СССР, 1957.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
29 мая 1960 г.