АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VII 1961 Вып. 1

О НОРМАЛЬНЫХ ВОЛНАХ ИНФРАЗВУКОВЫХ ЧАСТОТ В АТМОСФЕРЕ

Ю. Л. Газарян

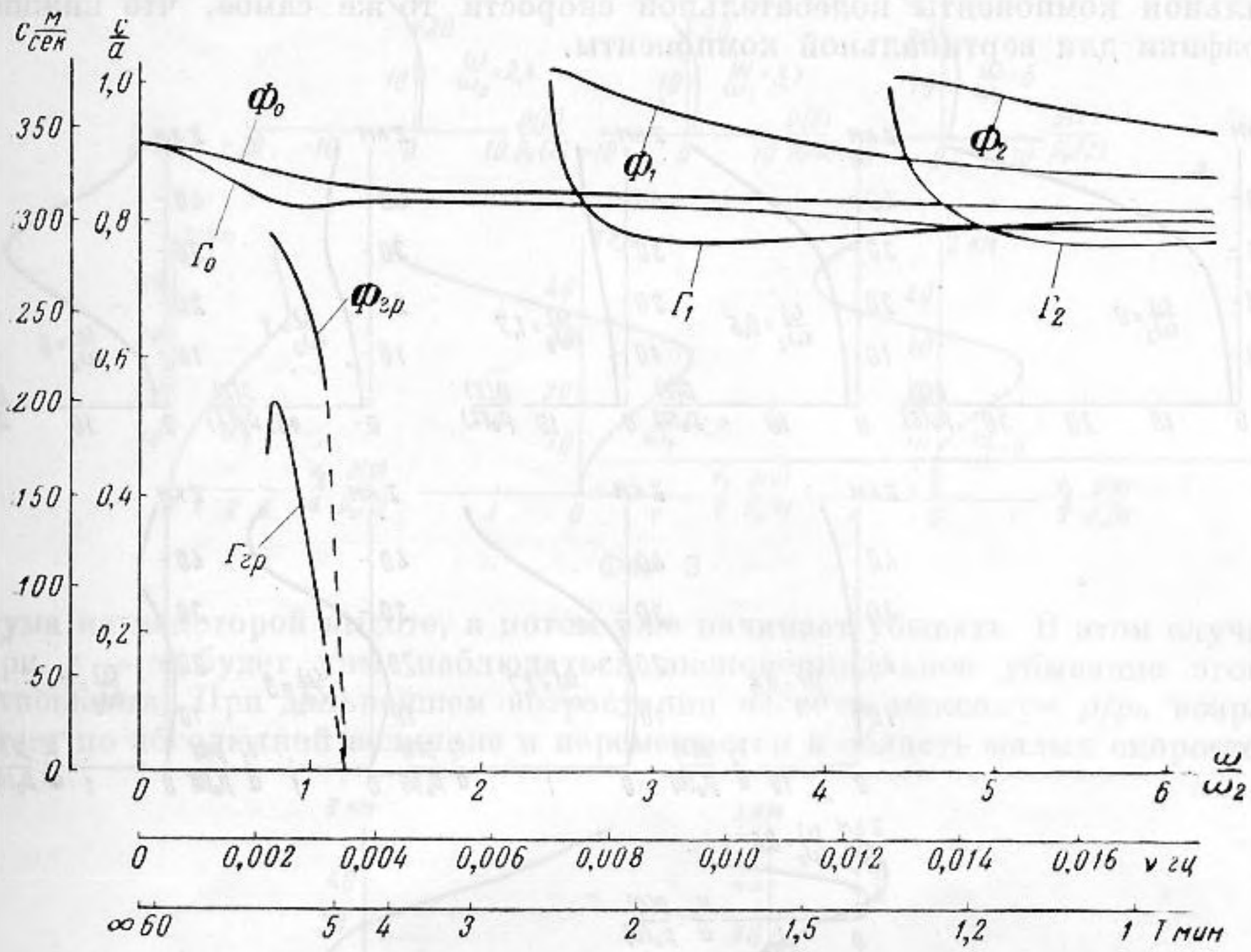
Приводятся результаты численных расчетов характеристик нормальных волн с периодами колебаний больше одной минуты для моделей атмосферы с одним и двумя температурными минимумами.

Как известно, задача о распространении инфразвука в слоисто-неоднородной атмосфере над плоской землей сводится к исследованию свойств нормальных волн, соответствующих принятому закону распределения температуры по высоте (см., например, [1], [2], [3]). Ниже излагаются результаты численного исследования дисперсионных свойств нормальных волн для двух законов распределения температуры, аппроксимирующих соответственно атмосферу с одним звуковым каналом и атмосферу с двумя звуковыми каналами. В обоих случаях зависимость квадрата скорости звука c от высоты z задавалась в виде непрерывной ломаной. Для атмосферы с одним звуковым каналом было принято при $z = 0$ $c = 336$ *м/сек*, при $z = 15$ *км* и $z = 32$ *км* $c = 296$ *м/сек*, при $z = 50$ *км* и выше $c = 375$ *м/сек*. Для атмосферы с двумя каналами до высоты $z = 60$ *км* была взята та же зависимость $c(z)$, что и в первом случае, при $z = 80$ *км* было принято $c = 310$ *м/сек*, при $z = 110$ *км* и выше $c = 375$ *м/сек*. В отличие от приближенного метода расчета [3], был принят точный метод расчета [4], заключающийся в численном интегрировании дифференциального уравнения для распределения амплитуды нормальной волны по высоте. Расчеты производились на быстродействующей цифровой машине типа «Урал» в Акустическом институте АН СССР.

Графики фазовых и групповых скоростей низкочастотных нормальных волн для случая распространения звука в атмосфере с одним каналом изображены на фиг. 1. По оси абсцисс отложено отношение частоты ω к характеризующей изотермическое полупространство частоте $\omega_2 = g\gamma/2a$, где $a = c(\infty)$. Для удобства приведена также шкала частот в герцах и шкала периодов в минутах. По оси ординат отложено отношение скорости нормальной волны к скорости звука в изотермическом полупространстве; приводится также шкала скоростей в *м/сек*. Кривые для фазовых скоростей обозначены буквой Ф, для групповых — буквой Г. Как видно из фигуры, в диапазоне периодов от 1 *мин* до ∞ имеются четыре нормальные волны: три с групповыми скоростями порядка скорости звука в воздухе, которые на фигуре названы нулевой, первой и второй (индексы 0, 1 и 2 соответственно), и одна с групповой скоростью, значительно меньшей, чем первые три; мы будем ее называть гравитационной (индекс гр)*. Малая скорость гравитационной волны указывает на то, что при распространении этой волны происходят большие вертикальные смещения частиц, так что потенциальная энергия в волне существенно зависит от работы силы тяжести над смещающимися частицами. Для гравитационной волны рассчитаны были только начальные участки кривых, проведенные сплошными линиями на фигуре; есть основания предполагать, что конечные участки

* При расчете область очень малых фазовых скоростей не исследовалась, так что не исключена возможность существования в этой области еще и других нормальных волн.

будут качественно вести себя так, как это изображено пунктиром. Мы видим, что гравитационная волна существует только в узком диапазоне частот. Наличие гравитационной волны является одним из отличий рассматриваемого случая от случая распространения в невесомой среде. Другим отличием является то, что при возбуждении точечным источником амплитуда нулевой волны на нулевой частоте, как можно показать, отлична



Фиг. 1

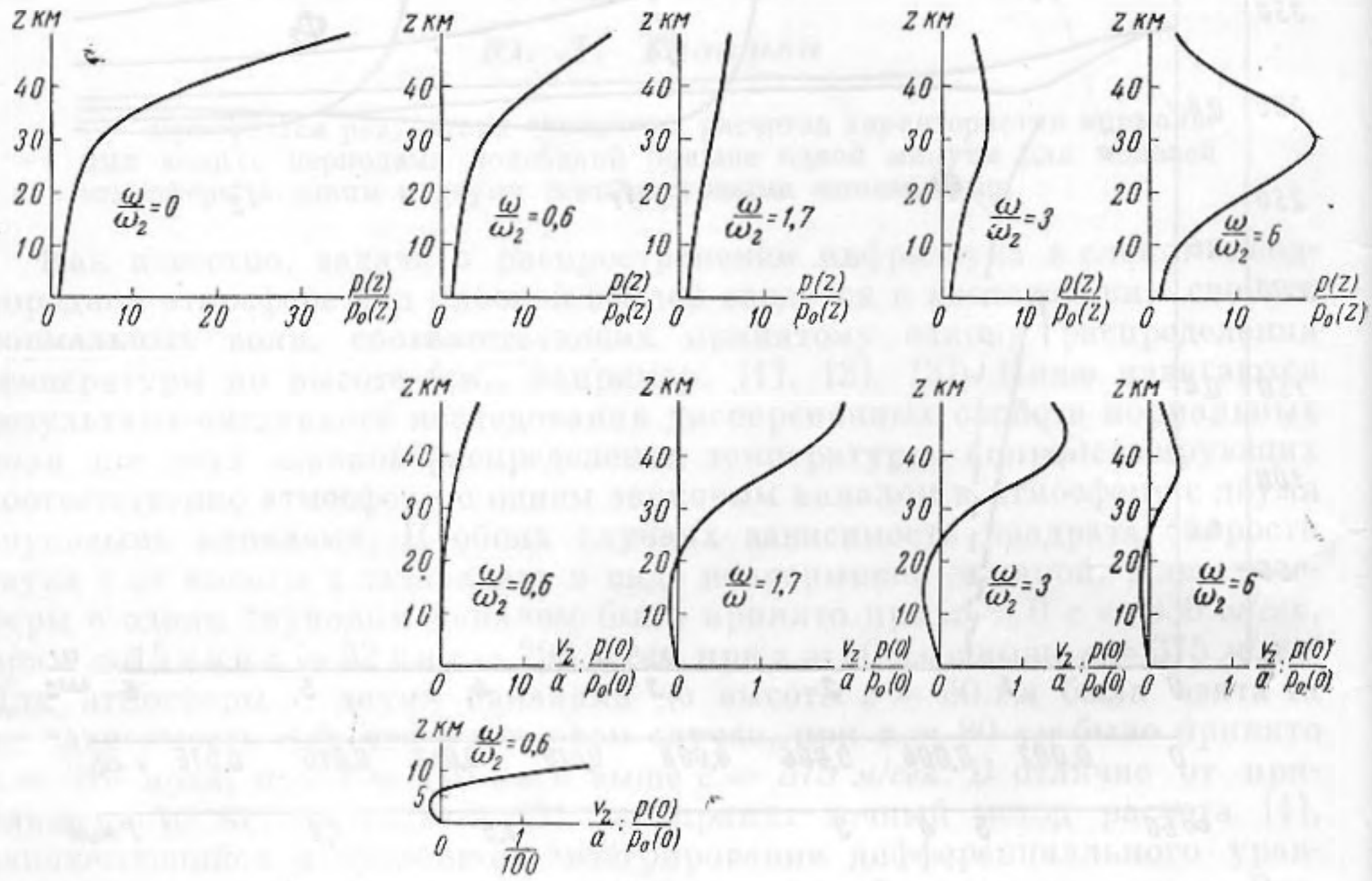
от нуля (т. е. эта частота не является для нулевой нормальной волны критической). Это можно понять, если учесть, что в изотермической атмосфере нулевая нормальная волна превращается в волну, совершенно аналогичную плоской волне, распространяющейся в невесомом однородном полупространстве с абсолютно жесткой границей параллельно границе. Волна такого типа не встречается в случае невесомой среды постоянной плотности ввиду того, что она обладает бесконечной энергией и, следовательно, в обычных задачах с источниками, излучащими конечную энергию, может возбуждаться только с амплитудой, равной нулю. При наличии же силы тяжести, благодаря экспоненциальному убыванию плотности вещества с высотой, волна, аналогичная плоской волне в однородном полупространстве, имеет конечную энергию, и амплитуда ее возбуждения уже отлична от нуля (та же ситуация будет в невесомом полупространстве с экспоненциально убывающей по высоте плотностью).

На фигурах 2, 3, 4, 5 приводятся распределения по высоте для амплитуд соответственно 0-, 1-, 2-й и гравитационной нормальных волн на различных частотах. На верхних графиках фигур по оси абсцисс отложено отношение амплитуды давления $p(z)$ нормальной волны к атмосферному давлению $p_0(z)$ на той же высоте, причем это отношение принято за единицу на земле. На нижних графиках дано отношение вертикальной компоненты колебательной скорости v_z к скорости звука в изотермическом полупространстве, деленное на отношение амплитуды давления нормальной волны на земле к атмосферному давлению на земле. Что касается горизонтальной компоненты колебательной скорости, то, как

нетрудно видеть, она дается формулой $v_r = cp^2/\gamma p_0 c_{\text{фаз}}$, т. е

$$\frac{v_r}{a} : \frac{p(0)}{p_0(0)} = \frac{c^2(z)}{\gamma a c_{\text{фаз}}} \cdot \frac{p(z)}{p_0(z)} : \frac{p(0)}{p_0(0)};$$

учитывая, что множитель $c^2(z)/\gamma a c_{\text{фаз}}$, грубо говоря, равен единице, можно приближенно считать, что верхние графики дают для горизонтальной компоненты колебательной скорости то же самое, что нижние графики для вертикальной компоненты.



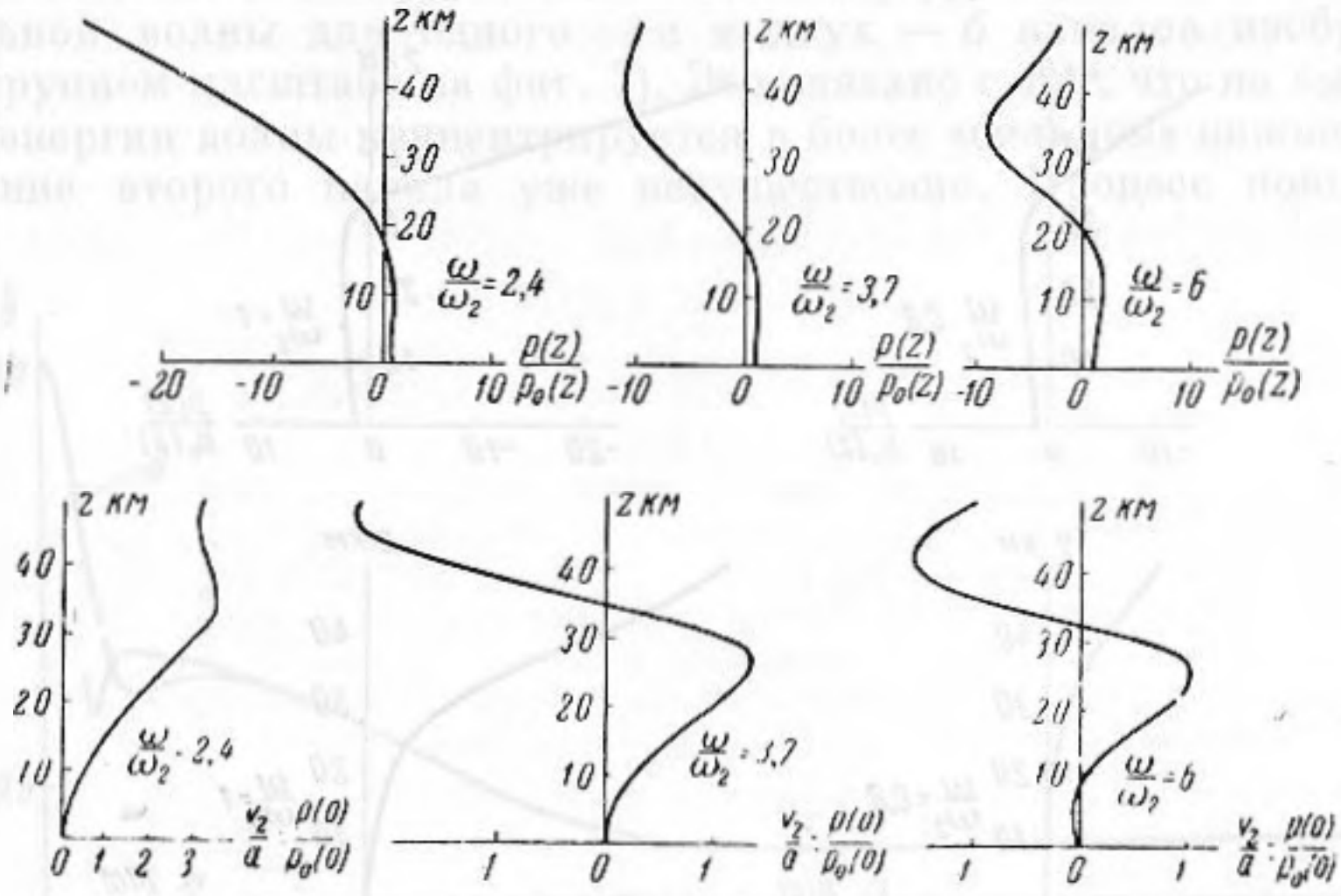
Фиг. 2

Рассмотрим нулевую нормальную волну; соответствующие графики даны на фиг. 2*. Мы видим, что на низких частотах величина p/p_0 возрастает с высотой. При $z \to \infty$ p/p_0 будет в этом случае продолжать возрастать экспоненциально до бесконечности. Отсюда следует, что для низких частот акустическая теория, вообще говоря, неприменима**. Заметим, однако, что плотность энергии в нормальной волне для достаточно больших высот всегда убывает с высотой. (Чтобы получить функцию, характеризующую энергию нормальной волны, необходимо умножить верхние графики фиг. 2 на корень из плотности атмосферы, что приводит к дополнительному уменьшению амплитуды, грубо говоря, в три раза на каждые 20 *км* высоты.) Это означает, что величина амплитуды на большой высоте не должна играть существенной роли, и можно ожидать, что мы получим правильный результат, пользуясь акустическим приближением, если только предположим дополнительно наличие потерь в верхних слоях атмосферы за счет нелинейных эффектов. Величину вызываемого этими потерями затухания нормальной волны при распространении можно попытаться оценить, анализируя экспериментальные данные. Во всяком случае можно утверждать, что это затухание будет тем меньше, чем сильнее энергия в нормальной волне будет сконцентрирована на низких высотах, где звуковое давление еще мало по сравнению с атмосферным. Как видно из графиков фиг. 2, возрастание p/p_0 с высотой ослабевает при

* При $\omega = 0$ $v_z/p = 0$.

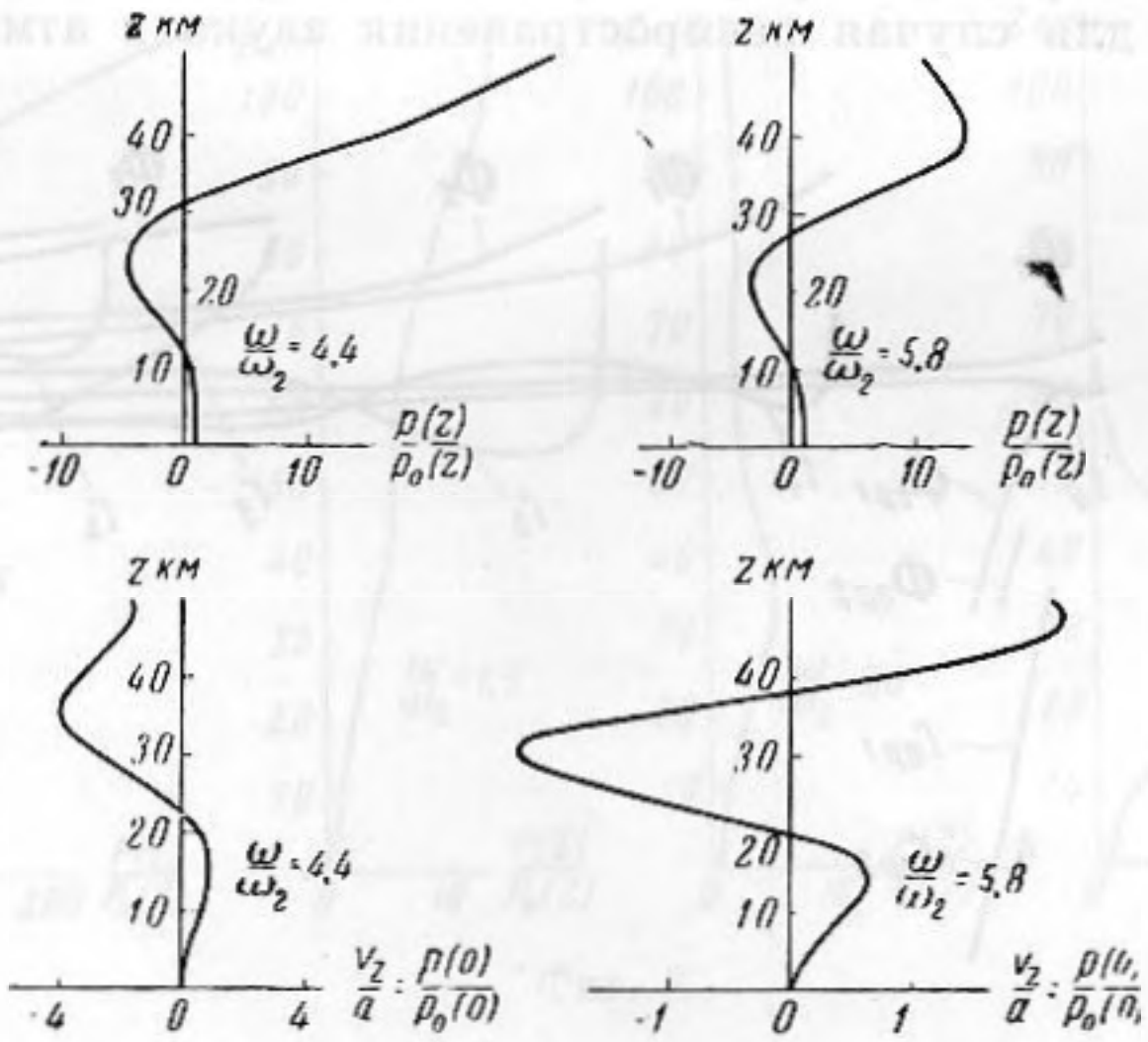
** Как будет показано ниже, наличие в верхних слоях атмосферы второго температурного минимума не оказывает существенного влияния на рассматриваемое явление.

увеличении частоты, а начиная с периодов колебаний порядка 2—3 *мин* и ниже отношение звукового давления к атмосферному достигает макси-



Фиг. 3

мума на некоторой высоте, а потом уже начинает убывать. В этом случае при $z \to \infty$ будет уже наблюдаться экспоненциальное убывание этого отношения. При дальнейшем возрастании частоты максимум p/p_0 возрастает по абсолютной величине и перемещается в область малых скоростей



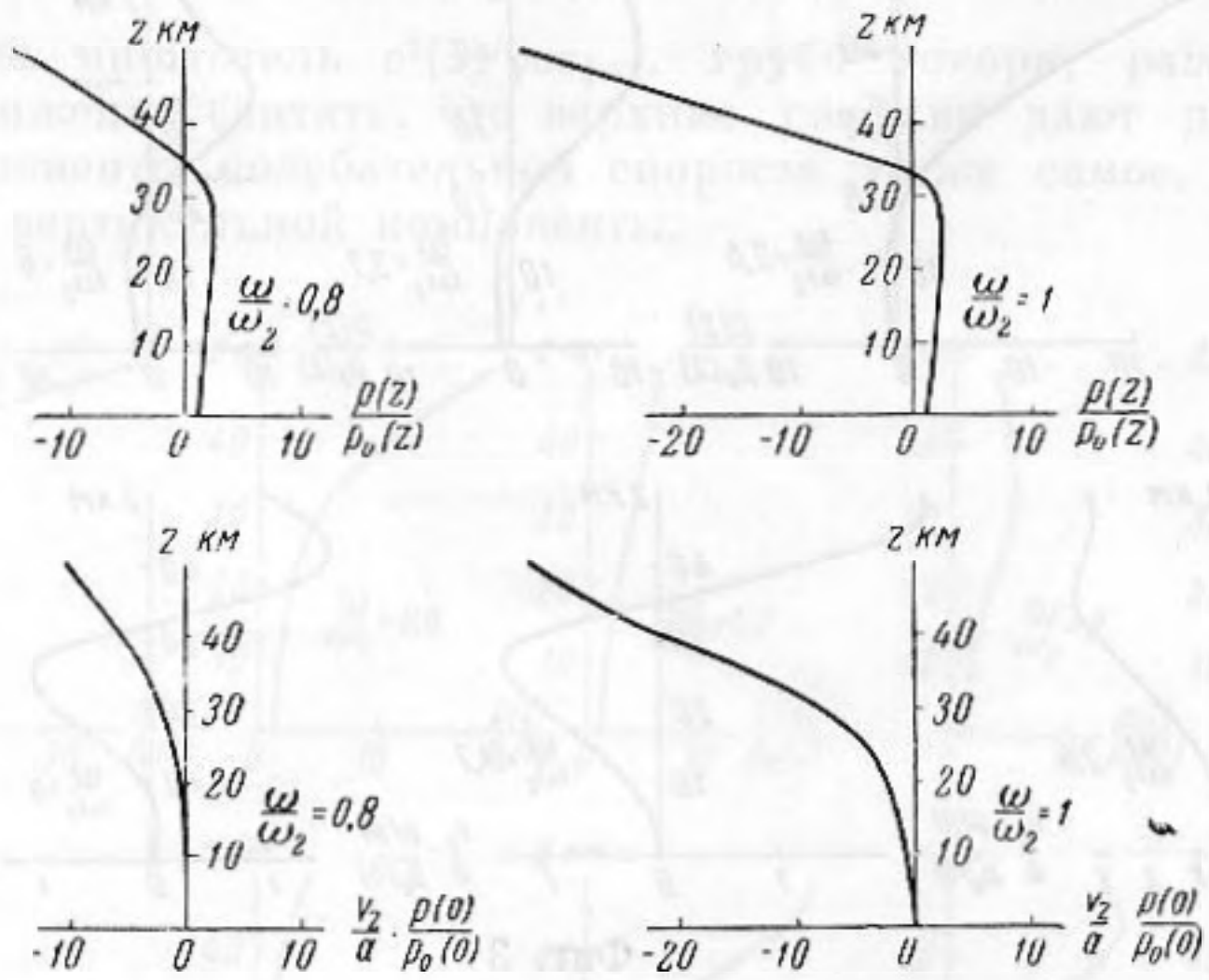
Фиг. 4

звука; это — хорошо известное явление концентрации звуковой энергии около оси канала.

На фиг. 3, 4 приводятся распределения по высоте для 1-й и, соответственно, 2-й нормальных волн. Поведение этих распределений при изменении частоты аналогично поведению распределения нулевой нормальной волны, за исключением того, что амплитуда этих волн уже не имеет одного знака по всей высоте, как это было у нулевой нормальной волны, а меняет его один раз у первой и два раза у второй нормальной волны.

На фиг. 5 дано распределение по высоте амплитуды гравитационной волны. Здесь видно, что в отличие от остальных нормальных волн, в этой

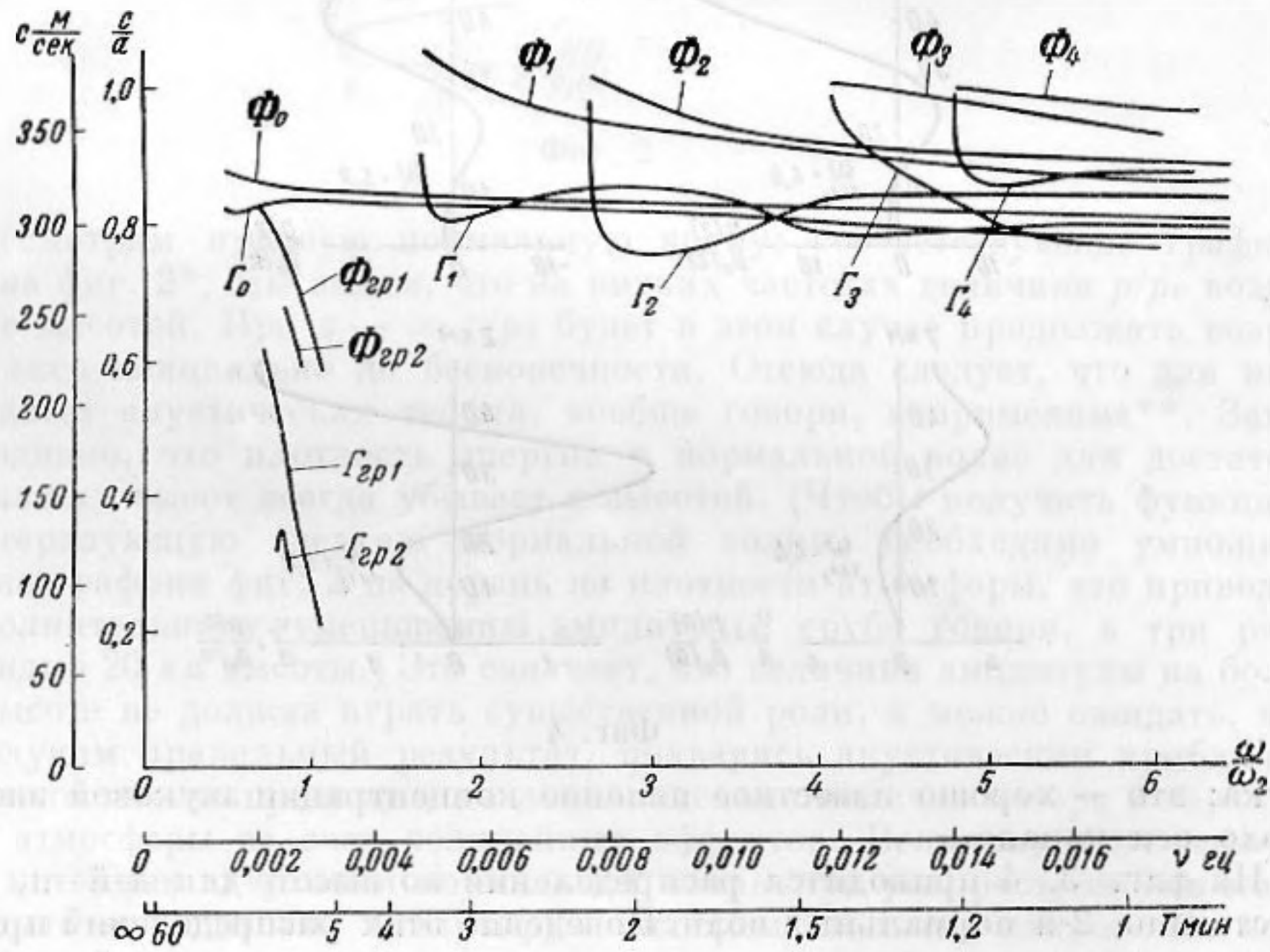
волне значительна вертикальная компонента колебательной скорости (на не очень малых высотах она того же порядка, что и горизонтальная компонента); кроме того, здесь уже не видно тенденции к концен-



Фиг. 5

трации энергии вблизи оси канала при возрастании частоты. Эти особенности подтверждают гравитационный характер рассматриваемой волны.

На фиг. 6 изображены графики фазовых скоростей и графики групповых скоростей для случая распространения звука в атмосфере с двумя

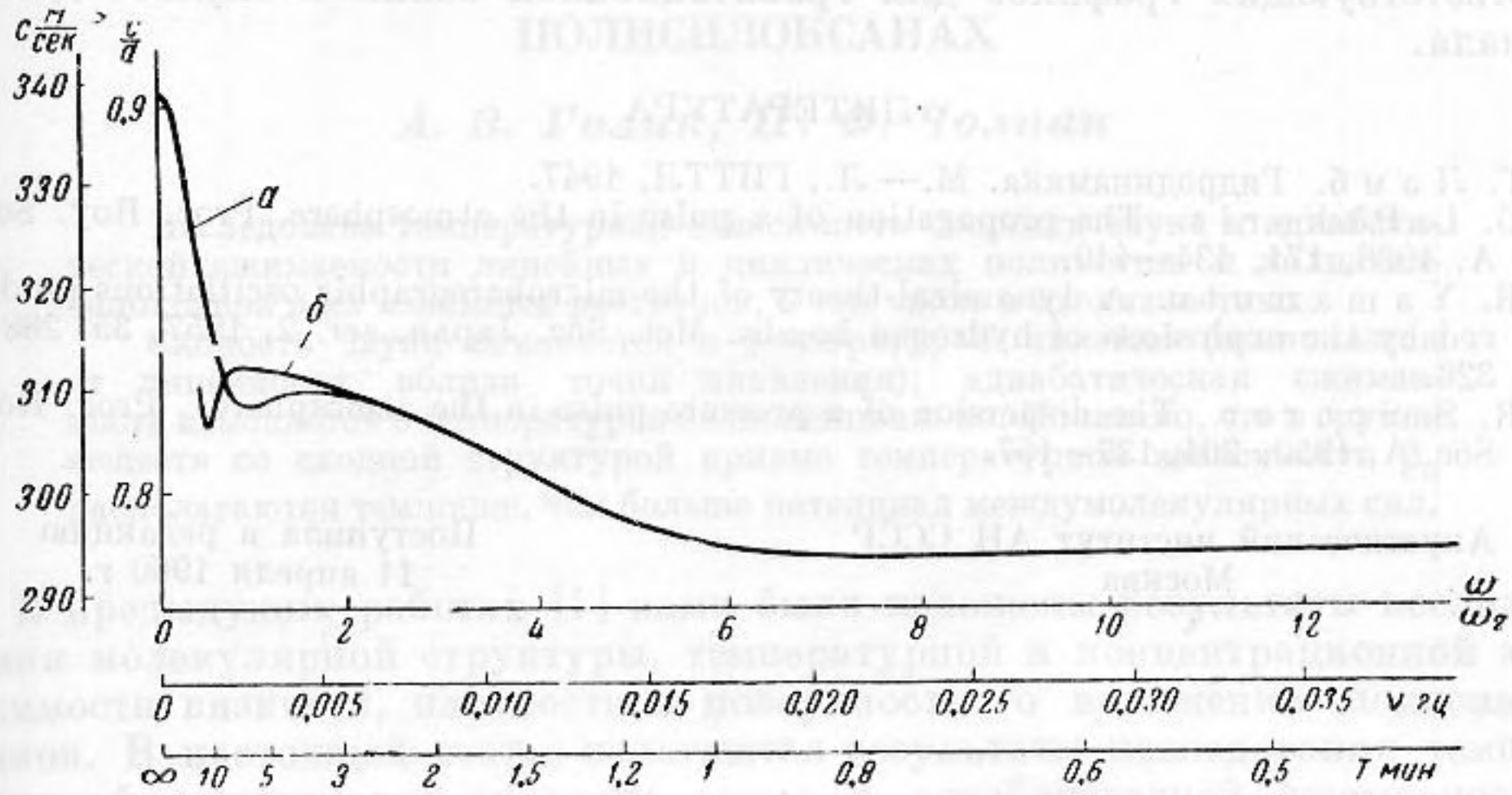


Фиг. 6

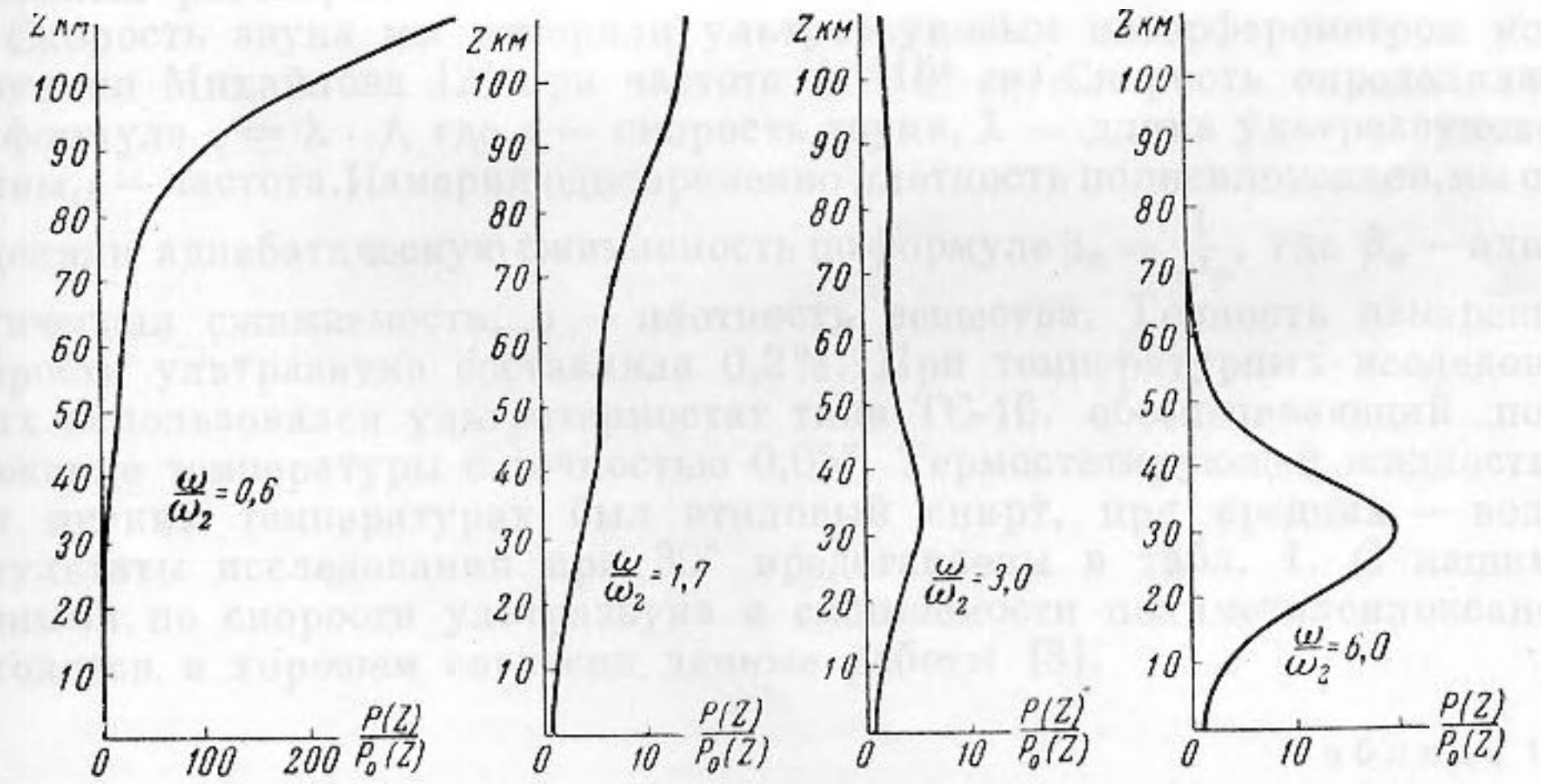
каналами. Отметим, прежде всего, что в отличие от случая одного канала здесь имеются две гравитационные волны (индексы гр 1 и гр 2*). Далее, нулевая нормальная волна уже имеет критическую частоту, соответствую-

* Как и в предыдущем случае, конечные участки графиков для гравитационных волн не были сосчитаны.

щую периоду примерно 13 *мин*. Для периодов, меньших примерно 3 *мин*, фазовая и групповая скорости нулевой нормальной волны практически те же, что и в случае одного канала (групповые скорости нулевой нормальной волны для одного — *а* и двух — *б* каналов изображены в более крупном масштабе на фиг. 7). Это связано с тем, что на высоких частотах энергия волны концентрируется в более «сильном» нижнем канале, и влияние второго канала уже несущественно. Процесс концентрации



Фиг. 7



Фиг. 8

энергии с возрастанием частоты виден из сравнения распределений амплитуды 0-й нормальной волны по высоте для различных частот, изображенных на фиг. 8*(для случая $\omega/\omega_2 = 0{,}6$ плохо видный участок кривой на небольших высотах практически совпадает с соответствующей кривой фиг. 2). Начальные участки графиков скоростей для 1-й нормальной волны отличаются от случая одного канала ввиду того, что на соответствующих частотах значительная часть энергии нормальной волны распространяется по второму каналу. Только для периодов примерно с 1,4 *мин* и меньше энергия нормальной волны оказывается достаточно сконцентрированной в нижнем канале, и влияние верхнего канала становится

* Напомним, что для получения из фиг. 8 графиков, характеризующих распределение энергии, надо умножить графики фигуры на корень из плотности атмосферы; для $z = 110$ *км* этот множитель имеет порядок 1/200.

пренебрежимо малым. Для 2-й нормальной волны влияние 2-го канала на фазовую и групповую скорости оказывается практически несущественным при периодах меньше 1 *мин*. Как видно из фиг. 6, наличие 2-го канала приводит к тому, что уже в рассматриваемом диапазоне частот появляются 3- и 4-я (индексы 3 и 4) нормальные волны, критические частоты которых для случая одного канала лежат вне рассматриваемого диапазона частот. Графики скоростей 1-й гравитационной волны несколько отличаются от соответствующих графиков для гравитационной волны в случае одного канала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Ламб. Гидродинамика. М.— Л., ГИТТЛ, 1947.
2. G. L. Pekeris. The propagation of a pulse in the atmosphere. Proc. Roy. Soc. A, 1938, **171**, 434—449.
3. R. Yamamoto. A dynamical theory of the microbarographic oscillations produced by the explosions of hydrogen bombs. Met. Soc. Japan, ser. 2, 1957, **35**, 288—326.
4. R. S. Scorer. The dispersion of a pressure pulse in the atmosphere. Proc. Roy. Soc. A, 1950, **201**, 137—157.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступила в редакцию
11 апреля 1960 г.