АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том VI 1960 Вып. 1

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УЛЬТРОЗВУКОВОЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ВЫСОТЫ УРОВНЯ ЖИДКОСТИ В СОСУДЕ ПРИ ПОМОЩИ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОЙ УПРУГОЙ ПОЛОСЫ

Н. С. Агеева

Скорость распространения изгибных волн в упругой пластине, погруженной в жидкость, отличается от скорости распространения в свободной пластине, находящейся в вакууме или в газе. Это явление можно использовать для измерения высоты уровня жидкости в сосуде. Предлагаемый метод основан на измерении разности фаз изгибных волн ультразвуковой частоты, отраженных от конца погруженной в жидкость тонкой упругой полосы при изменении высоты уровня жидкости.

Рассмотрим распространение изгибных колебаний вдоль упругой полосы, погруженной в жидкость. Расположим ось x системы координат вдоль полосы, а ось y — по ее толщине. Уравнение движения полосы, погруженной в жидкость, имеет вид [1]:

$$\rho h \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + \frac{Eh}{12\,(1-\sigma_0^2)} \, \frac{\partial^4 \xi}{\partial x^4} = 2p, \tag{1}$$

где ξ — смещение поверхности полосы, h, ρ, E, σ_0 — соответственно толщина, плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона полосы, p — звуковое давление в жидкости по сторонам полосы. Возьмем решение для изгибных волн в виде монохроматической волны $\zeta = Ae^{ik_x x - i\omega t}$, где k_x — волновое число, ω — частота. Если длина изгибной волны мала по сравнению с длиной волны в жидкости, жидкость можно считать несжимаемой. В этом случае, беря решение для давления в жидкости в виде $p = A_0 e^{ik_x x - ik_y y}$ и учитывая условия на границах полосы, мы получим приближенное уравнение для волнового числа:

$$\varkappa^4 - 1 - \frac{a}{k\varkappa} = 0, \tag{2}$$

где $\varkappa = \dfrac{k_x}{k}$, $k = \sqrt{\dfrac{12\,\omega^2 \rho (1-\sigma_0^2)}{Eh^2}}$ — волновое число для изгибных волн в свободной полосе, $a = 2\rho_0/\rho h$.

Не останавливаясь на исследовании всех корней уравнения (2), рассмотрим только корень, соответствующий действительному значению волнового числа. Будем искать решение в виде волны с волновым числом $k_x = k(1+\sigma)$, близким к волновому числу для свободной полосы, считая, что поправка σ к волновому числу, обусловленная наличием жидкости, невелика.

Вычисляя величину $\delta = \dfrac{a}{k} = \dfrac{\rho\lambda}{\pi\rho h}$, где λ — длина изгибной волны в свободной полосе, можно вычислить поправку σ, которая входит в расчетную формулу для определения разности уровней жидкости через измеряемую величину разности фаз изгибных волн. Разность фаз $\Delta\varphi$ отраженных волн от конца пластины длиной L пропорциональна изменению высоты уровня жидкости $\Delta l = l_1 - l_2$ и величине относительного изменения скорости изгибных волн в полосе при погружении ее в жидкость:

$$\Delta\varphi = 2k\sigma\Delta l = 4\pi\sigma \frac{l_1 - l_2}{\lambda}. \tag{3}$$

В наших опытах высота уровня жидкости в сосуде измеряется при помощи разработанной нами установки следующим образом. На одном конце узкой металлической полосы, укрепленной вертикально в сосуде с исследуемой жидкостью возбуждаются изгибные колебания при помощи ультразвукового преобразователя. Эти колебания распространяются вдоль полосы, отражаются от ее конца и попадают снова на преобразователь. Преобразователь работает в импульсном режиме, посылая вдоль полосы цуги синусоидальных волн. В паузах между посылками преобразователь работает в режиме приема. Измеряя разность фаз отраженных волн, соответствующих различным уровням жидкости, можно вычислить по результатам измерения изменение высоты уровня жидкости по формуле (3). При непрерывном изменении высоты уровня жидкости в сосуде фаза отраженного импульса может многократно проходить через 0° и 180°. Измеряя каким-либо из существующих способов непрерывно меняющуюся фазу, можно определить изменение высоты уровня жидкости.

Для проверки метода были сделаны опыты с алюминиевой полосой, имеющей размеры $930 \times 15 \times 1{,}5$ *мм*. Полоса погружалась в сосуд с водой. Излучатель, представляющий собой продольно колеблющийся пакет кристаллов фосфата аммония, крепился на одном конце полосы так, что он возбуждал в полосе изгибные колебания.

Для указанных размеров алюминиевой полосы чувствительность установки составляет около 10 градусов изменения фазы на 1 *мм* изменения высоты уровня жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М., ГТТИ, 1953, стр. 762.

Акустический институт АН СССР
Москва

Поступило в редакцию
21 мая 1959 г.

ИЗГИБНЫЕ ВОЛНЫ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ, СОХРАНЯЮЩИЕ ФОРМУ ПРОФИЛЯ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ

М. А. Исакович

Для большинства видов волн, встречающихся в механике сплошных сред, форма профиля бегущей волны конечной амплитуды меняется при ее распространении. Профиль сохраняется только в аппроксимации бесконечно малых амплитуд (линеаризация уравнений), причем при наличии дисперсии — лишь для волн синусоидальной формы. Примерами могут служить продольные и поперечные волны в неограниченной среде, гравитационные и капиллярные волны на поверхности жидкости и тому подобное. Поперечные волны на струне являются исключением: любая бегущая волна произвольной амплитуды сохраняет форму своего профиля неизменной. Ниже показано, что для изгибных волн на стержне имеет место промежуточный случай: распространение волн конечной амплитуды без изменения формы профиля возможно, но лишь для некоторых определенных форм.

Обозначим длину дуги профиля (то есть кривой, образованной средней линией стержня) через s, а кривизну профиля — через $\varkappa$. Как известно, между перерезывающей силой F и изгибающим моментом M имеет место соотношение $F = -dM/ds$. С другой стороны, изгибающий момент пропорционален кривизне: $M = G\varkappa$, где G — постоянная, зависящая от упругих свойств материала стержня и от размеров и формы его поперечного сечения. Следовательно, $F = -Gd\varkappa/ds$.

Профили изгибных волн, распространяющихся без изменения формы, будем искать, пользуясь известным методом «остановки движения». Именно, введем систему координат, движущуюся относительно стержня с той же скоростью c, что и профиль волны; относительно этой системы профиль будет неподвижен, а частицы стержня будут «протекать» по профилю в обратную сторону с некоторой постоянной скоростью v. Соответственная центростремительная сила для элемента стержня длины ds равна $\rho v^2 \varkappa ds$, где ρ — линейная плотность стержня. Равнодействующая же сил, действующих на данный элемент стержня со стороны соседних элементов, равна $(dF/ds)\, ds$ и направлена также по нормали к профилю. Приравнивая обе силы и учитывая предыдущую формулу, получаем $d^2\varkappa/s^2 + \rho v^2/G\varkappa = 0$. Это уравнение представляет собой условие, налагаемое на форму профиля требованием неизменности этой формы, т. е. требованием осуществимости «остановки движения». Выбирая соответственное начало отсчета дуг и вводя удобные для дальнейшего обозначения, находим $\varkappa = -k^2 a \sin ks$, или $\varphi = ka \cos ks$, где φ—угол наклона средней линии стержня к оси x, которую будем считать совпадающей с невозмущенным положением средней линии. При этом должно выполняться соотношение $v = k\sqrt{G/\rho}$. Таким образом, без изменения формы распространяются такие и только такие изгибные волны, для которых кривизна профиля (или угол поворота средней линии) есть синусоидальная функция длины дуги средней линии.

Заметим, что для малых амплитуд ka угла поворота средней линии можем положить $s \approx x$ и, в том же приближении, $\varkappa \approx d^2y/dx^2$, где y — поперечное смещение точек стержня от положения равновесия. Тогда приходим, естественно, к обычному решению линеаризованного уравнения изгибных колебаний $y = a \sin kx$, что и оправдывает сделанный выбор обозначений.

Из полученных формул ясно, что длина волны для кривизны или углов поворота средней линии, считая вдоль средней линии, равна $\lambda = 2\pi/k$, так что k можно считать волновым числом этой волны. Соответственная частота ω гармонического изменения $\varkappa$